

# 二項工程能力とポアソン工程能力

## 概要

工程能力分析は、工程に顧客の要件を満たす出力を生産する能力があるかどうかを評価するために使用されます。製品またはサービスの品質を連続データで表すことができない場合、通常はその品質を評価するために計数データが収集されます。Minitabアシスタントには、計数データで工程の能力を調べる2つの分析があります。

- 二項工程能力: この分析は、製品またはサービスが不良品かそうでないかによって特徴付けられる場合に使用されます。二項工程能力は、工程から選択された項目が不良である確率 ( $p$ ) を評価します。収集されるデータは個別サブグループ内の不良品数であり、これらはパラメータ ( $p$ ) を使用した二項分布に従うものと仮定されます。
- ポアソン工程能力: この分析は、製品またはサービスの各項目に複数の欠陥が含まれる可能性があり、それらの欠陥数を数える場合に使用されます。ポアソン工程能力は、単位あたりの欠陥数を評価します。収集されるデータは個別サブグループに含まれる  $k$  単位の合計欠陥数であり、これらは単位 ( $u$ ) あたりの未知の平均欠陥数を使用したポアソン分布に従うものと仮定されます。

現在の工程能力を適切に推定し、今後の工程能力を確実に予測するため、これらの分析データは安定した工程から取得する必要があります (Bothe, 1991, Kotz and Johnson, 2002)。さらに、長期間にわたる工程能力が能力推定で確実に表されるようにするため、時系列に沿って十分なサブグループを収集する必要があります。工程が管理状態にある場合でも、時間の経過に伴い入力の変化や環境の変化が発生する可能性があります。そのため、適切な数のサブグループを使用することで、時間の経過に伴う変動のさまざまな要因を適切に捉えることができます (Bothe, 1997, AIAG, 1995)。最後に、両方の分析で報告される主要な工程能力尺度の信頼区間の幅によって、工程能力統計量の精度が適切であることが示されるためには十分なデータ量が必要です。

アシスタントレポートカードはこれらの要件に基づき、データで次のチェックを自動的にを行います。

- 工程の安定性
  - 特殊原因についてのテスト
  - サブグループサイズ
- サブグループ数
- 期待される変動
- データ量

本書では、これらの要件が実際にどのように工程能力分析に関連するかを調査し、アシスタントでこれらの要件をチェックするためのガイドラインをどのように定めたかについて説明します。

また、データの観測変動が期待変動と一致せず、Minitabが過分散または過小分散を検出する場合に推奨される、Laney P' 管理図とLaney U' 管理図についても説明します。

注 二項工程能力分析とポアソン工程能力分析には、工程の安定性のチェック用にそれぞれP計数管理図とU計数管理図が含まれています。この2つの管理図は、チェックできないかチェックすることが困難であるその他の仮定に依存します。詳細は、「付録A」を参照してください。

# データチェック

## 安定性（パートI） - 特殊原因についてのテスト

工程能力を正確に推定するには、データは安定した工程から取得しなければなりません。工程能力を評価する前に、その工程の安定性を検証しなければなりません。工程が安定していない場合、不安定になっている原因を特定して取り除かなければなりません。

P管理図とU管理図は、工程の安定性を評価するために最もよく使用される計数管理図です。P管理図にはサブグループあたりの不良品率がプロットされ、二項分布に従うデータで使用されます。U管理図には単位あたりの欠陥数がプロットされ、ポアソン分布に従うデータで使用されます。これらの管理図で工程の安定性を評価するため、4つのテストを実行することができます。これらのテストを同時に使用することで、管理図の感度を高めることができます。ただし、管理図にテストを追加するたびに誤った警告が発生する割合が増えるので、各テストの目的と付加価値を考慮することが重要です。

### 目的

安定性に対する4つのテストのうち、どのテストをアシスタントの計数管理図に含めるかを決定します。1つ目の目的は、誤った警告の発生割合を著しく増やすことなく、管理外れの状態に対する感度を大幅に高めるテストを特定することです。2つ目の目的は、管理図の簡易性と実用性を確保することです。

### 方法

計数管理図の安定性に対する4つのテストは、計量管理図の特殊原因のテスト1~4と同じです。サブグループサイズが適切な場合、不良品率（P管理図）または単位あたりの欠陥数（U管理図）は正規分布に従います。その結果、計量管理図のシミュレーション（これもまた正規分布に基づく）は、各テストで感度および誤った警告の割合が同じ結果をもたらします。したがって、計量管理図のシミュレーションおよび文献調査の結果に基づき、安定性に対する4つのテストが計数管理図の感度および誤った警告の割合にどのように影響するかを評価しました。さらに、テストに関連する特殊原因の存在も評価しました。各テストで使用された方法の詳細は、次の「結果」セクションと「付録B」を参照してください。

### 結果

計数管理図の安定性を評価するために使用された4つのテストのうち、テスト1と2が最も役立つことがわかりました。

#### テスト1: 管理限界外の点を識別する

テスト1は、中心線からの距離が3標準偏差を超えている点を識別します。このテストは管理外れの状況の検出に必要であると広く認められています。

#### テスト2: 不良品率（P管理図）または単位あたりの平均欠陥数（U管理図）のシフトを識別する

テスト2は、連続する9点が中心線に対して同じ側にある場合に信号を出します。不良品率（P管理図）または単位あたりの平均欠陥数（U管理図）のシフトに対する信号を検出するために必要なサブグループ数を判断するシミュレーションを実行しました。テスト2を追加す

ることで、不良品率または単位あたりの平均欠陥数の小さなシフトに対する管理図の検出感度が大幅に高まることがわかりました。テスト1とテスト2を併用した場合、テスト1のみを使用した場合に比べて小さなシフトの検出に必要なサブグループ数は激減します。そのため、テスト2の追加は一般的な管理外れの状況の検出に役立ち、誤った警告の割合が大きく増えることなく感度を高めることができます。

## アシスタントには含まれていないテスト

テスト3: 連続するK点がすべて増加または減少している

テスト3は、不良品率または単位あたりの平均欠陥数の変動を検出するように設計されています (Davis and Woodall, 1988)。ただし、テスト1とテスト2に加えてテスト3を使用した場合、管理図の感度はそれほど高まりません。シミュレーションの結果に基づいてテスト1とテスト2の使用をすでに決定しているため、テスト3を含めても管理図に大きな付加価値がもたらされることはありません。

テスト4: 連続するK点が交互に増減している

このパターンは実際に発生する可能性があります、この特定のパターンをテストする代わりに異常な傾向やパターンを探すことを推奨します。

## 安定性 (パートII) – サブグループサイズ

P管理図とU管理図は計数データを使用して工程の安定性を監視しますが、P管理図の不良品率 ( $\hat{p}$ ) およびU管理図の単位あたりの欠陥数 ( $\hat{u}$ ) の分布の近似には正規分布が使用されます。サブグループサイズが増えるにつれ、この近似の精度が上がります。管理図で使用される各テストの基準は正規分布に基づくので、より正確な正規近似を得るためにサブグループサイズを増やすことで、管理図で管理外れの状況をより正確に識別し、誤った警告の割合を低くすることができます。不良品率または単位あたりの欠陥数が低い場合に正確な結果を得るには、より大きいサブグループが必要です。

### 目的

正規近似がP管理図とU管理図で正確な結果を得るのに十分な精度となるために必要なサブグループサイズを調査しました。

### 方法

いろいろなサブグループサイズ、P管理図のいろいろな不良品率 ( $p$ )、およびU管理図のいろいろなサブグループあたりの平均欠陥数 ( $c$ ) で、シミュレーションを行ない、誤った警告の割合を評価しました。サブグループの大きさが、適切な正規近似を得られるだけ十分に大きく、従って誤った警告の割合が十分に低いかどうかを判断するために、シミュレーションの結果と通常の仮定で期待される警告の割合 (テスト1の場合は0.27%、テスト2の場合は0.39%) とを比較しました。

### 結果

#### P管理図

この調査で、P管理図に必要なサブグループサイズは不良品率 ( $p$ ) によって異なることが示されました。 $p$ の値が小さいほど、必要なサブグループサイズ ( $n$ ) は大きくなります。製品




npが0.5以上の場合、テスト1とテスト2の組み合わせによる誤った警告の割合は約2.5%未満です。一方、製品npが0.5未満の場合、テスト1とテスト2の組み合わせによる誤った警告の割合ははるかに高くなり、約10%の水準をはるかに超えます。この基準に基づくと、P管理図の性能は $np \geq 0.5$ の場合に適切であると言えます。

#### U管理図


この調査で、U管理図に必要なサブグループサイズはサブグループあたりの欠陥数（c）によって異なることが示されました。この数はサブグループサイズ（n）に単位あたりの欠陥数（u）を乗算したものです。誤った警告の割合は、欠陥数cが小さい場合に最も高くなります。c = nuが0.5以上の場合、テスト1とテスト2の組み合わせによる誤った警告の割合は約2.5%未満です。一方、cの値が0.5未満の場合、テスト1とテスト2の組み合わせによる誤った警告の割合はかなり高くなり、10%の水準をはるかに超えます。したがって、この基準に基づくと、U管理図の性能は $c = nu \geq 0.5$ の場合に適切であると言えます。



上記の特殊原因についてのテスト（パートI）とサブグループサイズ（パートII）での結果に基づき、二項工程能力とポアソン工程能力で使用される計数管理図の安定性をチェックするときに、アシスタントレポートカードに次のステータスインジケータが表示されます。

#### P管理図 - 二項工程能力

ステータス	状態
	管理図にテスト1とテスト2の不良はありません。 および $n_i \bar{p} \geq 0.5$ すべてのiで ここで $n_i = i$ 番目のサブグループのサイズ。 $\bar{p}$ =平均不良品率。
	テスト1またはテスト2で、特殊原因による可能性がある1つ以上の管理外れの点が見つかります。
	サブグループサイズが小さすぎる可能性があります。 $n_i \bar{p} < 0.5$ 少なくとも1つのiで

#### U管理図 - ポアソン工程能力

ステータス	状態
	管理図にテスト1とテスト2の不良はありません。 および $n_i \bar{u} \geq 0.5$ すべてのiで ここで $n_i = i$ 番目のサブグループのサイズ。 $\bar{u}$ =単位あたりの平均欠陥数。

	<p>テスト1またはテスト2で、特殊原因による可能性がある1つ以上の管理外れの点が見つかっています</p>
	<p>サブグループサイズが小さすぎる可能性があります。  <math>n_i \bar{u} &lt; 0.5</math> 少なくとも1つの<i>i</i>で</p>

## サブグループ数

工程能力の推定が工程全体を正確に反映するように、時間の経過に伴う変動の考えられるすべての要因を捉えるように努める必要があります。収集するサブグループ数を増やすと、多くの場合変動のさまざまな要因を捉える確率が高くなります。適切な数のサブグループを収集することも、工程の安定性の評価に使用する管理図の管理限界の精度を向上させるために役立ちます。ただし、より多くのサブグループを収集するには、より多くの時間とリソースが必要になるため、サブグループ数が工程能力の推定の信頼性にどのように影響するかを知ることが重要です。

### 目的

工程を適切に表して信頼性の高い工程能力の推定を得るために必要なサブグループ数を調査しました。


### 方法

文献を調査し、一般的に工程能力の推定に適切と見なされるサブグループ数を調べました。

### 結果

『Statistical Process Control (SPC) manual (統計的工程管理 (SPC) マニュアル)』によると、収集するサブグループの数は、工程の異なる変動要因を反映すると思われるデータを収集するためにどのくらいの期間が必要であるか、に基づく必要があります (AIAG、1995)。つまり、工程全体を適切に表すために必要な数のサブグループを収集する必要があります。一般に、安定性の正確なテストと工程性能の信頼できる推定を可能にするため、AIAG (1995) は25以上のサブグループを収集することを推奨しています。

これらの推奨事項に基づき、二項工程能力分析またはポアソン工程能力分析のサブグループ数をチェックするときに、アシスタントレポートカードに次のステータスインジケータが表示されます。

ステータス	状態
	<p><b>サブグループ数 <math>\geq</math> 25</b></p> <p>このサブグループ数は、適切な期間で収集されている場合は工程変動のさまざまな要因を捉えるのに十分な数です。</p> <p><b>サブグループ数 <math>&lt;</math> 25</b></p> <p>一般に、工程変動のさまざまな要因を捉えるには、25以上のサブグループを適切な期間で収集する必要があります。</p>

## 期待変動

工程能力を評価する前にその工程の安定性の評価に使用される従来のP管理図とU管理図は、不良の場合は二項分布、欠陥の場合はポアソン分布にデータの変動が従っていると仮定します。さらに、不良または欠陥の割合が常に一定であることを前提としています。データの変動が期待よりも大きかったり小さかったりする場合、データの過分散または過小分散が発生し、管理図が期待どおりに動作しない可能性があります。

### 過分散

過分散は、データの変動が期待よりも大きい場合に示されます。通常は時間の経過に伴い、特殊原因ではない外部からのノイズ要因により、不良または欠陥の割合に何らかの変動が生じます。これらの管理図を適用する多くの場合、サブグループ統計のサンプリングによる変動が非常に大きいため、基本となる不良または欠陥の割合の変動が目立つことはほとんどありません。ただし、サブグループサイズが増加するにつれてサンプリング変動は小さくなり続け、ある時点で基本となる欠陥の割合がサンプル変動よりも大きくなります。その結果、管理図の管理限界が極端に狭くなり、誤った警告の割合が非常に高くなります。

### 過小分散

過小分散は、データの変動が期待よりも小さい場合に示されます。隣接するサブグループが互いに相関する場合（自己相関とも呼ばれる）に発生することがあります。たとえば、工具が磨耗するにつれて欠陥数が増加する可能性があります。サブグループ全体で欠陥数が増加すると、偶発的な場合よりもサブグループの類似性が高くなる可能性があります。データで過小分散が示されると、従来のP管理図やU管理図では管理限界が広くなりすぎる可能性があります。管理限界が広くなりすぎている場合、管理図は信号をほとんど出さず、特殊原因による変動を普通原因による変動だと間違えることがあります。

過分散または過小分散が重大な場合は、Laney P' またはU' 管理図を使用することをお勧めします。詳細は、次の「Laney P' 管理図とU' 管理図」セクションを参照してください。

## 目的

データの過分散と過小分散を検出する方法を決定します。

## 方法

文献を調査し、過分散と過小分散を検出するいくつかの方法を見つけました。その中から、Jones and Govindaraju (2001) により発見された診断方法を選択しました。この方法は確率プロットを使用し、不良データの場合は二項分布、欠陥データの場合はポアソン分布からデータが取得された場合の期待変動量を決定します。次に、期待変動量と観測変動量を比較します。この診断方法の詳細は、「付録D」を参照してください。

過分散のチェックの一部として、従来のP管理図とU管理図で管理限界外にある点の数も調査しました。過分散の問題は誤った警告の割合の高さにあるため、管理外れの点の割合が少ない場合は過分散が問題になることはほとんどありません。

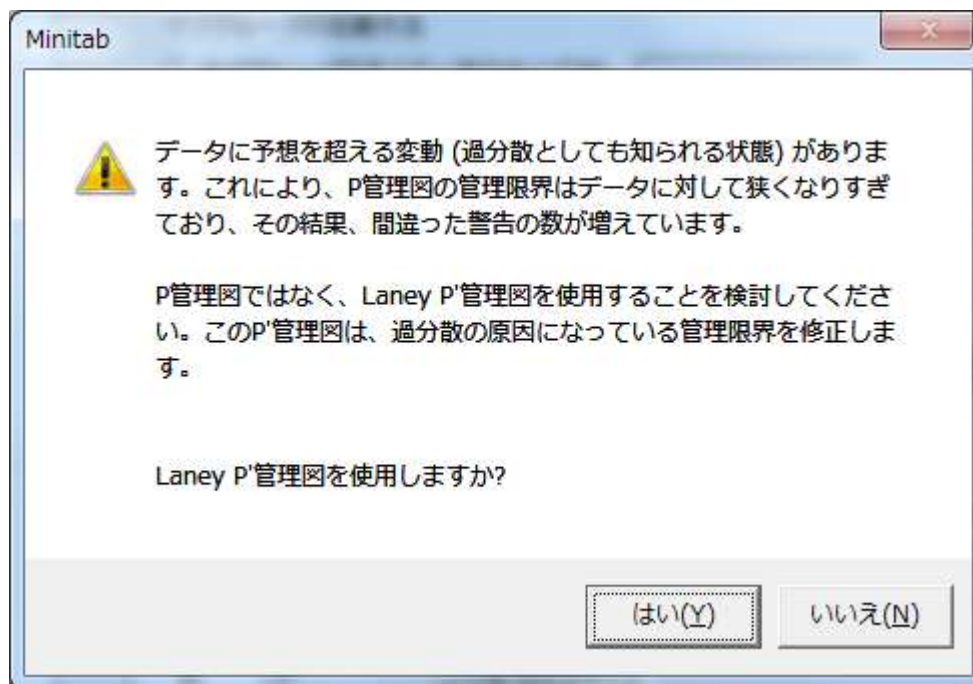
## 結果

Minitabは、ユーザーがP管理図またはU管理図のダイアログボックスで[OK]を選択してから管理図が表示されるまでの間に、過分散と過小分散の診断チェックを実行します。

過分散は、次の条件を満たす場合に示されます。

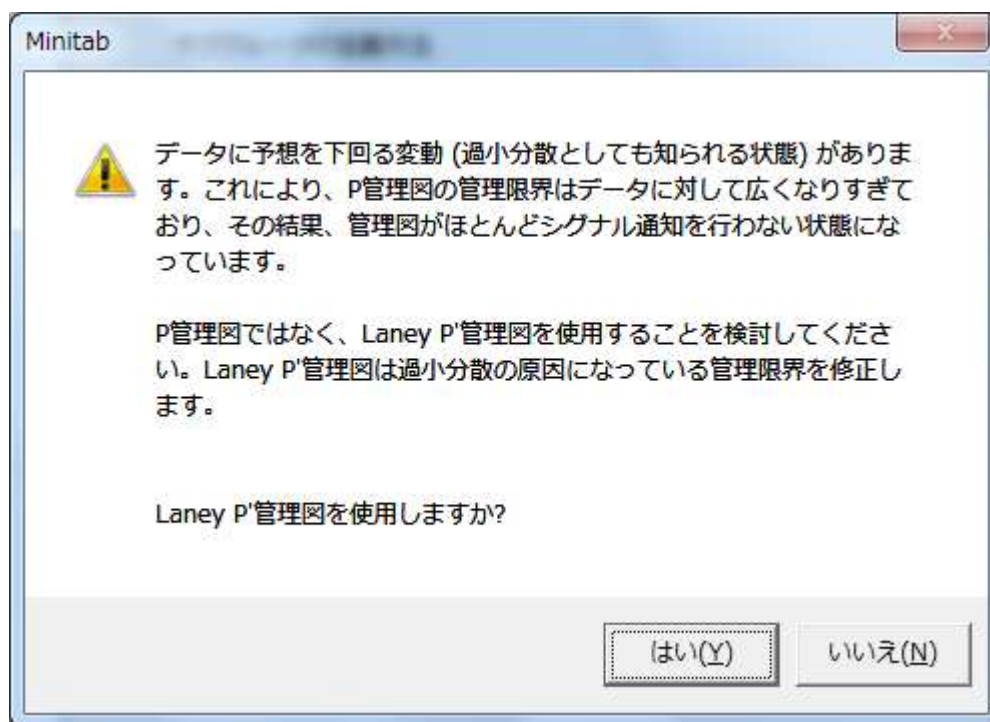
- 期待変動に対する観測変動の比率が130%より大きい。
- 管理限界外にある点の割合が2%より大きい。
- 管理限界外にある点の数が1より大きい。

過分散が検出された場合、Laney P' 管理図またはU' 管理図を表示するかどうかをユーザーに求めるメッセージがMinitabに表示されます。P' 管理図のメッセージを次に示します。







過小分散は、期待変動に対する観測変動の比率が75%よりも小さい場合に示されます。過小分散が検出された場合、Laney P' 管理図またはU' 管理図を表示するかどうかをユーザーに求めるメッセージがMinitabに表示されます。



ユーザーがLaney管理図の使用を選択した場合、Minitabの診断レポートにLaney管理図が表示されます。ユーザーがLaney管理図を使用しないことを選択した場合、Minitabの診断レポートには従来の管理図とLaney管理図の両方が表示されます。両方の管理図を表示することで、ユーザーが従来のP管理図やU管理図での過分散または過小分散の効果を確認し、そのデータに対してはLaney管理図の方が適切かどうかを判断できます。


さらに、過分散または過小分散をチェックするときに、アシスタントレポートカードに次のステータスインジケータが表示されます。

ステータス	状態
	<p>分散率 &gt; 130%、管理限界外にある点の割合 &lt; 2%、または管理限界外にある点の数 = 1。 分散率 &gt; 75%および &lt;= 130%。</p> <p>分散率 &gt; 130%、管理限界外にある点の割合 &gt; 2%、管理限界外にある点の数 &gt; 1で、ユーザーがLaney P' またはU' の使用を選択しています。</p> <p>分散率 &lt; 75%で、ユーザーがLaney P' またはU' の使用を選択しています。</p> <p>ここで 分散率 = <math>100 * (\text{観測変動}) / (\text{期待変動})</math>。</p>
	<p>分散率 &gt; 130%、管理限界外にある点の割合 &gt; 2%、管理限界外にある点の数 &gt; 1で、ユーザーがLaney P' またはU' の使用を選択していません。</p> <p>分散率 &lt; 75%で、ユーザーがLaney P' またはU' の使用を選択していません。</p>

## データ量

アシスタントの二項工程能力分析とポアソン工程能力分析のレポートには、それぞれ不良%または単位あたりの欠陥数に対する95%信頼区間も含まれます。この区間は標準の統計方法を使用して計算され、特別な調査やシミュレーションは必要ありません。

データ量をチェックするときに、アシスタントレポートカードに次のステータスインジケータが表示されます。

ステータス	状態
	<p><b>二項工程能力</b></p> <p>不良%の95%信頼区間は(a, b)です。適用に際してこの信頼区間が広すぎる場合、より多くのデータを収集することで精度を高めることができます。</p> <p><b>ポアソン工程能力</b></p> <p>単位あたりの欠陥数の95%信頼区間は(a, b)です。適用に際してこの信頼区間が広すぎる場合、より多くのデータを収集することで精度を高めることができます。</p>

## Laney P' 管理図とU' 管理図

従来のP管理図とU管理図は、不良データの場合は二項分布、欠陥データの場合はポアソン分布にデータの変動が従っていると仮定します。さらに、不良または欠陥の割合が常に一定であることを前提としています。Minitabは、データの変動が期待よりも大きいか小さいためにデータの過分散または過小分散が発生するかどうかを判断するチェックを実行します。上記の「期待変動」のデータチェックを参照してください。

データに過分散または過小分散がある場合、従来のP管理図やU管理図が期待どおりに動作しない可能性があります。過分散では管理限界が狭くなりすぎて、誤った警告の割合が高くなる可能性があります。過小分散では管理限界が広くなりすぎて、特殊原因による変動を普通原因による変動だと間違える可能性があります。

### 目的

目的は、データで過分散または過小分散が検出された場合に、従来のP管理図とU管理図の代替となる管理図を特定することです。

### 方法

文献を調査し、過分散と過小分散を処理する最適な手法はLaney P' 管理図とU' 管理図 (Laney, 2002) であると判断しました。Laneyの方法では普通原因による変動の修正された定義を使用します、これは、狭すぎる (過分散) または広すぎる (過小分散) 管理限界を補正するものです。

Laney管理図では、普通原因による変動には通常短期サブグループ内変動が含まれますが、連続するサブグループ間の平均の短期変動も含まれます。Laney管理図の普通原因による変動は、データを正規化し、隣接するサブグループの移動範囲平均 (Laney管理図ではSigma Zと呼ばれる) を使用して標準のPまたはU管理限界を調整することで計算されます。連続するサブグループ間の変動を含めることで、基本となる欠陥率の変動またはデータのラ

ランダム性の欠如により、サブグループ間のデータの変動が期待よりも大きくなるか小さくなる場合に、その影響を補正できます。

Sigma Zの計算後、データは元の単位に戻されます。サブグループサイズが同一ではない場合、従来のP管理図やU管理図と同様に異なる管理限界が許可されるため、元のデータ単位を使用することが役立ちます。Laney P' 管理図とU' 管理図の詳細は、「付録E」を参照してください。

## 結果

Minitabは過分散または過小分散のチェックを実行し、いずれかの状態が検出された場合はLaney P' 管理図またはU' 管理図を推奨します。

# 参考文献

- AIAG (1995). *Statistical process control (SPC) reference manual*. Automotive Industry Action Group.
- Bischak, D.P., & Trietsch, D. (2007). The rate of false signals in  $\bar{X}$  control charts with estimated limits. *Journal of Quality Technology*, 39, 55-65.
- Bothe, D.R. (1997). *Measuring process capability: Techniques and calculations for quality and manufacturing engineers*. New York: McGraw-Hill.
- Bowerman, B.L., & O'Connell, R.T. (1979). *Forecasting and time series: An applied approach*. Belmont, CA: Duxbury Press.
- Chan, L. K., Hapuarachchi K. P., & Macpherson, B.D. (1988). Robustness of  $\bar{X}$  and  $R$  charts. *IEEE Transactions on Reliability*, 37, 117-123.
- Davis, R.B., & Woodall, W.H. (1988). Performance of the control chart trend rule under linear shift. *Journal of Quality Technology*, 20, 260-262.
- Laney, D. (2002). Improved Control Charts for Attributes. *Quality Engineering*, 14(4), 531-537.
- Montgomery, D.C. (2001). *Introduction to statistical quality control*, 4<sup>th</sup> edition. New York: John Wiley & Sons, Inc.
- Schilling, E.G., & Nelson, P.R. (1976). The effect of non-normality on the control limits of  $\bar{X}$  charts. *Journal of Quality Technology*, 8, 183-188.
- Trietsch, D. (1999). *Statistical quality control: A loss minimization approach*. Singapore: World Scientific Publishing Co.
- Wheeler, D.J. (2004). *Advanced topics in statistical process control. The power of Shewhart's charts*, 2<sup>nd</sup> edition. Knoxville, TN: SPC Press.
- Yourstone, S.A., & Zimmer, W.J. (1992). Non-normality and the design of control charts for averages. *Decision Sciences*, 23, 1099-1113.

# 付録A：計数管理図のその他の仮定

P管理図とU管理図には、データチェックでは評価されないその他の仮定が必要です。

P管理図	U管理図
<ul style="list-style-type: none"><li>データはn個の個別項目で構成され、各項目は不良か不良でないかのいずれかに分類される。</li><li>ある項目が不良である確率は、サブグループ内のすべての項目で同一である。</li><li>ある項目が不良である尤度は、その前の項目が不良であるかどうかには影響されない。</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>その計数は離散事象の計数である。</li><li>離散事象は、いくつかの明確に定義された空間、時間、または製品の有限領域内で発生する。</li><li>各事象は互いに独立して発生し、事象の尤度は可能性のある領域の大きさに比例する。</li></ul>

各管理図で、最初の2つの仮定はデータ収集の工程に内在するものです。つまり、これらの仮定が満足されているかどうかのチェックにデータ自体を使用することはできません。3番目の仮定は、データの詳細な分析や高度な分析でのみ確認できますが、これらの分析はアシスタントでは実行されません。

# 付録B：安定性 – 特殊原因についてのテスト

## シミュレーションB1：テスト1にテスト2を追加することによる感度への影響

テスト1は、点の中心線からの距離が3標準偏差を超えている場合に信号を出すことで、管理外れの点を検出します。テスト2は、連続する9点が中心線に対して同じ側にある場合に信号を出すことで、不良品率または単位あたりの欠陥数のシフトを検出します。

テスト1とテスト2を併用することで計数管理図の感度が改善されるかどうかを評価するため、P管理図の正規分布 ( $p, \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$ ) ( $p$ は不良品率で $n$ はサブグループサイズ) およびU管理図の正規分布 ( $u, \sqrt{u}$ ) ( $u$ は単位あたりの平均欠陥数) に基づいて管理限界を設定しました。標準偏差 (SD) の倍数で各分布の位置 ( $p$ または $u$ ) をシフトしてから、10,000回の反復それぞれで信号を検出するために必要なサブグループ数を記録しました。この結果を表1に示します。

表 1 テスト1が不良 (テスト1)、テスト2が不良 (テスト2)、テスト1またはテスト2が不良 (テスト1または2) となるまでの平均サブグループ数。

シフト	テスト1	テスト2	テスト1または2
0.5 SD	154	84	57
1 SD	44	24	17
1.5 SD	15	13	9
2 SD	6	10	5

この表に示されるように、0.5標準偏差の位置のシフトを検出するには、テスト1のみを使用した場合は平均154サブグループが必要であったのに対して、両方のテストを使用した場合（「テスト1または2」列）は平均57サブグループで済みます。したがって、両方のテストを使用することで、不良品率または単位あたりの平均欠陥数の小さなシフトに対する検出感度が大幅に高まります。ただし、シフトが大きくなるにつれ、テスト2を追加しても感度はそれほど高まらなくなります。

# 付録C：安定性 - サブグループサイズ

中心極限定理には、正規分布は独立した同一の分布に従う確率変数の平均の分布を近似できると示されています。P管理図では、 $\hat{p}$ （サブグループの不良品率）は独立した同一の分布に従うベルヌイ確率変数の平均です。U管理図では、 $\hat{u}$ （サブグループの単位あたりの欠陥数）は独立した同一の分布に従うポアソン確率変数の平均です。

サブグループサイズが増えるにつれ、近似の精度が上がります。不良品率（P管理図）が高い場合または単位あたりの平均欠陥数（U管理図）が多い場合も近似が改善されます。サブグループサイズが小さいか $p$ （P管理図）または $u$ （U管理図）の値が小さい場合、 $\hat{p}$ および $\hat{u}$ の分布は右方向に歪み、誤った警告の割合が高くなります。したがって、誤った警告の割合を確認することで正規近似の精度を評価できるだけでなく、適切な正規近似を得るために必要な最小サブグループサイズも判断できます。

これを行うため、P管理図とU管理図のいろいろなサブグループサイズで誤った警告の割合を評価するシミュレーションを実行し、その結果を、通常の仮定で期待される誤った警告の割合（テスト1の場合は0.27%、テスト2の場合は0.39%）と比較しました。

## シミュレーションC1：P管理図のサブグループサイズ、不良品率、および誤った警告の割合の関係

初期設定の10,000個のサブグループを使用して、さまざまなサブグループサイズ（ $n$ ）と不良品率（ $p$ ）の管理限界を設定しました。さらに、2,500個の追加サブグループでの誤った警告の割合も記録しました。次に、10,000回の反復を行い、表2に示すようにテスト1とテスト2での誤った警告の平均割合を計算しました。

表2 さまざまなサブグループサイズ（ $n$ ）と不良品率（ $p$ ）でのテスト1、テスト2による誤った警告の%（ $np$ ）

サブグループサイズ ( $n$ )	$p$				
	0.001	0.005	0.01	0.05	0.1
10	0.99, 87.37 (0.01)	4.89, 62.97 (0.05)	0.43, 40.14 (0.1)	1.15, 1.01 (0.5)	1.28, 0.42 (1)
50	4.88, 63.00 (0.05)	2.61, 10.41 (0.25)	1.38, 1.10 (0.5)	0.32, 0.49 (2.5)	0.32, 0.36 (5)
100	0.47, 40.33 (0.10)	1.41, 1.12 (0.5)	1.84, 0.49 (1)	0.43, 0.36 (5)	0.20, 0.36 (10)
150	1.01, 25.72 (0.15)	0.71, 0.43 (0.75)	0.42, 0.58 (1.5)	0.36, 0.42 (7.5)	0.20, 0.36 (15)

サブグループ サイズ (n)	p				
	0.001	0.005	0.01	0.05	0.1
200	1.74、16.43 (0.2)	1.86、0.50 (1.00)	0.43、0.41 (2)	0.27、0.36 (10)	0.34、0.36 (20)
500	1.43、1.12 (0.5)	0.42、0.50 (2.5)	0.52、0.37 (5)	0.32、0.37 (25)	0.23、0.36 (50)

表2の結果では、一般に不良品率 (p) が0.001や0.005のように小さい場合、またはサンプルサイズが小さい (n=10) 場合、誤った警告の割合が最も高くなることが示されています。つまり、誤った警告の割合は、製品のnpの値が小さいときに最も高く、npが大きい場合に最も低くなります。npが0.5以上の場合、テスト1とテスト2の組み合わせによる誤った警告の割合は約2.5%未満です。ただし、npの値が0.5未満の場合、テスト1とテスト2の組み合わせによる誤った警告の割合はずっと高くなり、10%の水準をはるかに超えます。この基準に基づく、P管理図の性能は $np \geq 0.5$ の場合に適切であると言えます。したがって、サブグループサイズは $\frac{0.5}{p}$ 以上である必要があります。

## シミュレーションC2: U管理図のサブグループサイズ、単位あたりの欠陥数、および誤った警告の割合の関係

初期設定の10,000個のサブグループを使用して、いろいろなサブグループサイズ (n) とサブグループあたりの欠陥数 (c) の管理限界を設定しました。さらに、2,500個の追加サブグループでの誤った警告の割合も記録しました。次に、10,000回の反復を行い、表3に示すようにテスト1とテスト2での誤った警告の平均割合を計算しました。

表3 さまざまなサブグループあたりの欠陥数 (c = nu) でのテスト1、テスト2による誤った警告の率 (%)

c	0.1	0.3	0.5	0.7	1.0	3.0	5.0	10.0	30.0	50
誤った警告の率 (%)	0.47、40.40	3.70、6.67	1.44、1.13	0.57、0.39	0.36、0.51	0.38、0.40	0.54、0.38	0.35、0.37	0.29、0.37	0.25、0.37

表3の結果では、製品のサブグループサイズ (n) に単位あたりの欠陥数 (u) を乗算した、サブグループあたりの欠陥数 (c) が小さい場合に誤った警告の割合が最も高くなることが示されています。cが0.5以上の場合、テスト1とテスト2の組み合わせによる誤った警告の割合は約2.5%未満です。ただし、cの値が0.5未満の場合、テスト1とテスト2の組み合わせによる誤った警告の割合はずっと高くなり、10%の水準をはるかに超えます。この基準に基づく、U管理図の性能は $c = nu \geq 0.5$ の場合に適切であると言えます。したがって、サブグループサイズは $\frac{0.5}{u}$ 以上である必要があります。



# 付録D: 過分散/過小分散

$d_i$ をサブグループ $i$ の不良数とし、 $n_i$ をサブグループサイズとします。

まず、不良数を正規化します。サブグループサイズが異なる可能性を考慮するため、調整された不良数 ( $adjd_i$ ) を使用します。

$adjd_i$  = サブグループ $i$ の調整された不良数 =  $\frac{d_i}{n_i}(\bar{n})$ 、ここで

$\bar{n}$  = 平均サブグループサイズ

$$X_i = \sin^{-1} \sqrt{\frac{adjd_i + 3/8}{\bar{n} + 0.75}}$$

正規化された度数 ( $X_i$ ) の標準偏差は  $\frac{1}{\sqrt{4 * \bar{n}}}$  と同等です。つまり、2標準偏差が  $\frac{1}{\sqrt{\bar{n}}}$  と同等です。

次に、正規化された度数をデータとして使用し、標準正規確率プロットを生成します。回帰直線は、プロット点の中央50%のみを使用して適合されます。変換された度数データの第25および第75百分位数を探し、第25～第75百分位数のすべてのX-Yペアを使用します。この直線は、-1と+1のZ値に対応する変換された予測度数を取得するために使用されます。この回帰の「Y」データは変換された度数の正規スコアで、「X」データは変換された度数です。

観測変動を次のように計算します。

Y(-1)は、Z = -1の場合の変換された予測度数とします。

Y(+1)は、Z = +1の場合の変換された予測度数とします。

2標準偏差の観測推定値 = Y(+1) - Y(-1)。

期待変動を次のように計算します。

$$2\text{標準偏差の期待推定値} = \frac{1}{\sqrt{\bar{n}}}$$

期待変動に対する観測変動の比率を計算し、パーセントに変換します。パーセント > 130%、管理限界外にある点の割合 > 2%、管理限界外にある点の数 > 1の場合、過分散の証拠があります。パーセント < 75%の場合、過小分散の証拠があります。

# 付録E: Laney P' 管理図とU' 管理図

Laney P' 管理図とU' 管理図の概念は、欠陥率または不良率が一定のランダム工程からサブグループデータを取得した場合に、サブグループ間で観測変動が期待変動と一致しない状況を考慮しています。基本となる欠陥率または不良率のわずかな変化は、一般にすべての工程で発生します。サブグループサイズが比較的小さい場合、そのサブグループのサンプリング変動は十分に大きいため、これらのわずかな変化が目立つことはありません。サブグループサイズが増加するとサンプリング変動は減少するので、基本となる欠陥率または不良率のわずかな変化は大きくなり、誤った警告の割合を高くし、標準のP管理図やU管理図に悪影響を及ぼすこととなります。一部の例では、誤った警告の割合が70%にもなることが示されています。この状態を過分散と呼びます。

この問題を解消するため、サブグループ $p$ または $u$ の値を正規化し、正規化されたデータをI管理図にプロットする代替方法が開発されました。I管理図は正規化された値の移動範囲を使用して、その管理限界を判断します。つまり、I管理図の方法は、あるサブグループの欠陥率または不良率の変動に次のサブグループの変動を加えることで、普通原因による変動の定義を変えます。

Laneyの方法は、データを元の単位に戻します。この利点は、サブグループの大きさが異なる場合、管理限界はI管理図の方法を使用するため固定されないということです。

P' 管理図とU' 管理図は、サブグループサイズが異なることで予測される可変管理限界を用いることにより、普通原因による変動の新しい定義を組み入れます。したがって、これらの管理図の重要な仮定は、普通原因による変動の定義は変更されるということです。これには、サブグループ内に存在する通常の短期変動と、連続するサブグループ間で発生することが予測される平均短期変動が含まれます。

## Laney P' 管理図

次のように定義します。

$X_i$  =サブグループ $i$ の不良数

$n_i$  =サブグループ $i$ のサブグループサイズ

$p_i$  =サブグループ $i$ の不良率

$$\bar{p} = \frac{\sum X_i}{\sum n_i}$$

$$\sigma p_i = \sqrt{\frac{\bar{p} * (1 - \bar{p})}{n_i}}$$

まず、 $p_i$ をzスコアに変換します。

$$Z_i = \frac{p_i - \bar{p}}{\sigma p_i}$$

次に、長さ2の移動範囲をzスコアの変動の評価とSigma Z ( $\sigma_z$ ) の計算に使用します。

$$\sigma_z = \frac{\overline{MR}}{1.128}$$

ここで、1.128は不偏化のための定数です。

データを元の尺度に戻します。

$$p_i = \bar{p} + \sigma p_i * \sigma_z$$

その結果、 $p_i$ の標準偏差は次のようになります。

$$sd(p_i) = \sigma p_i * \sigma_z$$

管理限界と中心線は次のように計算されます。

$$\text{中心線} = \bar{p}$$

$$\text{上側管理限界} = \bar{p} + 3 * sd(p_i)$$

$$\text{下側管理限界} = \bar{p} - 3 * sd(p_i)$$

## Laney U' 管理図

次のように定義します。

$X_i$  =サブグループiの不良数

$n_i$  =サブグループiのサブグループサイズ

$u_i$  =サブグループiの不良率

$$\bar{u} = \frac{\sum X_i}{\sum n_i}$$

$$\sigma u_i = \sqrt{\frac{\bar{u} * (1 - \bar{u})}{n_i}}$$

まず、 $u_i$ をzスコアに変換します。

$$Z_i = \frac{u_i - \bar{u}}{\sigma u_i}$$

次に、長さ2の移動範囲をzスコアの変動の評価とSigma Z ( $\sigma_z$ ) の計算に使用します。

$$\sigma_z = \frac{\overline{MR}}{1.128}$$

ここで、1.128は不偏化のための定数です。

データを元の尺度に戻します。

$$u_i = \bar{u} + \sigma u_i * \sigma_z$$

その結果、 $u_i$ の標準偏差は次のようになります。

$$sd(u_i) = \sigma u_i * \sigma z$$

管理限界と中心線は次のように計算されます。

$$\text{中心線} = \bar{u}$$

$$\text{上側管理限界} = \bar{u} + 3 * sd(u_i)$$

$$\text{下側管理限界} = \bar{u} - 3 * sd(u_i)$$

© 2015, 2017 Minitab Inc. All rights reserved.

Minitab®, Quality. Analysis. Results.® and the Minitab® logo are all registered trademarks of Minitab, Inc., in the United States and other countries. See [minitab.com/legal/trademarks](http://minitab.com/legal/trademarks) for more information.