本書は、Minitab 統計ソフトウェアのアシスタントで使用される方法およびデータチェックを開発するため、Minitab の統計専門家によって行われた調査に関する一連の文書群を構成する文書の 1 つです。

ゲージ R&R 分析（交差）

概要

測定システムの分析は、生産工程を適切に監視および改善するために、事実上あらゆる種類の製造業で行われています。一般的な測定システムの分析では、複数の測定者による選択された部品の反復測定値を取得するために、ゲージが使用されます。このような分析では、測定システムの変動性の 2 つの成分である繰り返し性と再現性が頻繁に生成されます。繰り返し性は、ゲージを使用して同じ測定者が同じ部品を測定するときの変動性を表します。再現性は、異なる測定者が同じ部品を測定することによる変動性を指します。したがって、測定システムの分析は、ゲージの繰り返し性および再現性の分析、またはゲージ R&R 分析と呼ばれることが多くあります。

ゲージ分析の主な目的は、データ中の変動がどの程度、測定システムに起因するのか、また測定システムに工程性能を評価する能力が備わっているかどうかを判断することです。測定システムの分析についての詳細は、『MSA manual』（2003）、Montgomery and Runger（1993）、Burdick, Borror, and Montgomery（2005）を参照してください。

アシスタントの[ゲージ R&R 分析（交差）]コマンドは、一般的な測定システムのデータを分析するために設計されています。測定データを分散分析モデルに適合する最も一般的な手法を採用し、モデルの分散成分を使用して、測定システムの変動の異なる要因を推定します。

ゲージ R&R 分析用に収集するデータ量に関する一般的なガイドラインに従うと、分散成分は精密に推定されない可能性があります（Montgomery and Runger 1993a、1993b、Vardeman and VanValkenburg 1999）。アシスタントでは、部品数と測定者数が特定の値より少ないかどうかが表示されます。これは、部品間および測定者の変動推定の精度に影響する可能性があります。正確に推定するために必要な部品数、測定者数、および反復数を特定するシミュレーションを行いました。

シミュレーション結果および測定システム分析で広く受け入れられている手法を使用し、ゲージ R&R 分析（交差）の次のデータチェックを開発しました。アシスタントでは、これらのデータチェックが自動的に実行され、レポートカードで結果が報告されます。

- データの量
  - 工程変動
  - 測定変動

本書では、これらのデータチェックが測定システム分析に実際どのように関連するのかを調べ、各データチェックのガイドラインをどのように確立したのかについて説明します。

データチェック

データの量

一般に、ゲージ R&R 分析のガイドラインでは、部品数 10 個、測定者数 2 人または 3 人、反復数 2 回または 3 回を使用することが推奨されています（AIAG 2003、Raffaldi and Ramsier 2000、Tsai 1988）。ただし、この推奨サンプルサイズは、高い精度で部品間変動を推定するには大きさが不十分なため、特定のゲージを使用するかどうかを評価する適切な基準にはならない可能性があります（Montgomery and Runger 1993a、1993b、Vardeman and VanValkenburg 1999）。

適切なデータ量のガイドラインを確立するため、異なる精度水準で部品間変動を推定するために評価する必要がある部品数に焦点を当てました。また、測定変動を正確に推定するために使用する必要がある測定者数についても評価しました。最後に、異なる精度でゲージの繰り返し性を推定するために必要な観測値数について調べました。

異なる精度水準で部品間変動を推定するための部品数

目的

異なる精度水準で部品間変動を推定するために評価する必要がある部品数を判断しようとしました。

方法

5,000 個のサンプルを使用してシミュレーションの分析を行いました。すべてのサンプルで、部品の標準偏差を推定し、推定標準偏差と真の標準偏差の比を計算しました。低い比から高い比へ並べ替え、125 番目と 4875 番目の比を使用して 95%信頼区間を、250 番目と 4750 番目の比を使用して 90%信頼区間を定義しました。これらの信頼区間を使用して、異なる精度水準で部品間変動を推定するために必要な部品数を特定しました。

結果

シミュレーションの分析に基づき、次のように結論付けました。

- 部品数 10 個、測定者数 3 人、反復数 2 回を使用すると、90%信頼区間と真の標準偏差の比は、35%～40%の誤差幅で約（0.61, 1.37）です。95%の信頼性では、区間は 45%の誤差幅で約（0.55, 1.45）です。したがって、部品間の変動成分を正確に推定するのに、部品数 10 個では不十分です。
- 真の値の 20%以内で部品間変動を 90%の信頼性で推定するには、約 35 個の部品が必要です。
- 真の値の 10%以内で部品間変動を 90%の信頼性で推定するには、約 135 個の部品が必要です。

また、これらの結果は、許容可能なゲージ、最低限のゲージ、許容不可なゲージにも適用されると判断しました。

シミュレーションの詳細と結果は、「付録 A」を参照してください。

異なる精度水準で部品間変動を推定するための測定者数

目的

異なる精度水準で測定者による変動を推定するために評価する必要がある測定者数を判断しようとしました。

方法

分散分析モデルを使用して、部品の標準偏差と測定者の標準偏差の両方が推定されます。したがって、部品間変動を推定する部品数のシミュレーションで使用した方法は、測定者間の変動を推定するために、測定者数にも適用されます。

結果

2 人または 3 人の測定者は、再現性を正確に推定するには不十分です。ただし、多くの適用で起こりうるシナリオですが、部品間変動の大きさが測定者間の変動よりもかなり大きい場合、この問題はあまり重要ではありません。

シミュレーションの詳細と結果は、「付録 A」を参照してください。

異なる精度水準で繰り返し性を推定するための観測値数

目的

観測値の数が繰り返し性の推定にどのように影響するのか、および部品数 10 個、測定者数 3 人、反復数 2 回を使用して、繰り返し性の変動を適度な精度で推定できるのかどうかを判断しようとしました。

方法

繰り返し性の推定標準偏差と真の値の比は、カイ二乗分布に従います。適度な精度で繰り返し性を推定するために必要な観測値の数を判断するために、90%の確率に関連する比の下限と上限を計算し、結果をグラフ化しました。

結果

一般的なゲージ分析（たとえば、部品数= 10、測定者数= 3、反復数= 2）では、誤差の自由度は 30 に等しくなります。この場合、90%の信頼性で真の値の 20%以内で繰り返し性を推定できます。一般的な設定では、繰り返し性は適度な精度で推定されます。詳細は「付録 B」を参照してください。

全体的な結果

今回の分析は、ゲージ分析で使用される一般的な設定は、部品間変動と再現性変動を正確に推定するには不十分であることを明らかに示しています。これは、全体工程変動に対するゲージ変動の比、最終的にはゲージが許容可能かどうかの決定に影響します。一般に、部品間変動は再現性変動よりも大きくなるため、部品間変動の精度はゲージが許容されるかどうかにより大きい影響を与えます。ただし、多くの用途では、35 個以上の部品を選択したり、複数の測定者にこれらの部品を 2 回測定させることが適切でない場合があります。

実際に使用される一般的なゲージ R&R 設定と今回のシミュレーション結果を考慮し、アシスタントでは、ユーザーによる分散成分の正確な推定を促進するため、次の方法が使用されます。

1. 大きな履歴データセットから取得した工程変動の推定値を入力できるように、ダイアログボックスにオプションを表示します。ほとんどのケースでは、大きな履歴データセットの推定値は、サンプルデータの推定値よりも精度が高くなります。

2. 推定の経験値が利用できず、部品数が少ない場合は、より正確な推定値を得るため、10 個以上の部品を選択するように注意を促すメッセージが表示されます。

データの量に基づき、アシスタントのレポートカードには、工程変動と測定変動に関する情報が表示されます。たとえば、部品数 10 個、測定者数 3 人を使用し、標準偏差の経験値を指定すると、レポートカードに次のデータチェックが表示されます。

ステータス	状態
i	測定システムに工程性能を評価する能力があるかどうかを判定するには、工程変動と測定変動を適切に推定する必要があります。 工程変動：部品間変動と測定変動で構成されています。過去のデータの大きなサンプルまたは調査の部品から推定できます。両方の推定を使用できるように標準偏差の経験値を入力しました。これらを比較して、どの程度一致しているかを確認できます。この調査の部品数（10）は標準要件（10 個）を満たしていますが、経験値でより正確な工程変動の推定を指定する必要があります。 測定変動：部品から推定され、再現性と繰り返し性に分解されます。部品数（10）と測定者数（3）は、部品数の標準要件（10 個）と測定者数の標準要件（3 人）を満たしています。通常、これは繰り返し性を推定するには適切ですが、再現性の推定の精度は低くなります。再現性の推定の%工程変動が大きい場合、測定者の差を調査して、その差が他の測定者に及ぶ可能性があるかどうかを判断できます。

部品、測定者、反復のさまざまな構成に対するすべてのメッセージを次に示します。

工程変動

標準偏差の経験値（部品数 10 未満）

- 工程変動：部品間変動と測定変動で構成されています。過去のデータの大きなサンプルまたは調査の部品から推定できます。両方の推定を使用できるように標準偏差の経験値を入力しました。これらを比較して、どの程度一致しているかを確認できます。この調査の部品数は小さいため、経験値でより正確な工程変動の推定を指定する必要があります。

標準偏差の経験値（部品数 10 以上、15 以下）

- 工程変動：部品間変動と測定変動で構成されています。過去のデータの大きなサンプルまたは調査の部品から推定できます。両方の推定を使用できるように標準偏差の経験値を入力しました。これらを比較して、どの程度一致しているかを確認できます。この調査の部品数は標準要件（10 個）を満たしていますが、経験値でより正確な工程変動の推定を指定する必要があります。

標準偏差の経験値（部品数 16 以上、35 未満）

- 工程変動：部品間変動と測定変動で構成されています。過去のデータの大きなサンプルまたは調査の部品から推定できます。両方の推定を使用できるように標準偏差の経験値を入力しました。これらを比較して、どの程度一致しているかを確認できます。この調査の部品数は、標準要件（10 個）よりはるかに多い数です。選択した部品が標準的な工程変動を表している場合、この工程変動の推定は、10 個の部品を使用した場合に比べてはるかに優れています。

標準偏差の経験値（部品数 35 以上）

- 工程変動：部品間変動と測定変動で構成されています。過去のデータの大きなサンプルまたは調査の部品から推定できます。両方の推定を使用できるように標準偏差の経験値を入力しました。これらを比較して、どの程度一致しているかを確認できます。この調査の部品数は、標準要件（10 個）よりはるかに多い数です。選択した部品が標準的な工程変動を表している場合、この工程変動の推定は適切です。

標準偏差の経験値なし（部品数 10 未満）

- 工程変動：部品間変動と測定変動で構成されています。過去のデータの大きなサンプルまたは調査の部品から推定できます。部品から推定することを選択しましたが、標準要件（10 個）よりも少ない数です。この推定の精度が適切ではない可能性があります。選択した部品が標準の工程変動性を表していない場合、経験値を入力するかより多くの部品を使用することを検討してください。

標準偏差の経験値なし（部品数 10 以上、15 以下）

- 工程変動：部品間変動と測定変動で構成されています。過去のデータの大きなサンプルまたは調査の部品から推定できます。部品から推定することを選択しました。部品数は標準要件（10 個）を満たしていますが、推定は正確ではない可能性があります。選択した部品が標準の工程変動性を表していない場合、経験値を入力するかより多くの部品を使用することを検討してください。

標準偏差の経験値なし（部品数 16 以上、35 未満）

- 工程変動：部品間変動と測定変動で構成されています。過去のデータの大きなサンプルまたは調査の部品から推定できます。部品から推定することを選択しました。部品数は、標準要件（10 個）よりはるかに多い数です。選択した部品が標準的な工程変動を表している場合、この工程変動の推定は、10 個の部品を使用した場合に比べてはるかに優れています。

標準偏差の経験値なし（部品数 35 以上）

- 工程変動：部品間変動と測定変動で構成されています。過去のデータの大きなサンプルまたは調査の部品から推定できます。部品から推定することを選択しました。

部品数は、標準要件（10 個）よりはるかに多い数です。選択した部品が標準的な工程変動を表している場合、この工程変動の推定は適切です。

測定変動

作業者数 2 以下または部品数 10 未満

- 測定変動: 部品から推定され、再現性と繰り返し性に分解されます。部品数の標準要件（10 個）を満たしていないか、測定者数の標準要件（3 人）を満たしていません。測定変動の推定が正確ではない可能性があります。推定は、正確な結果ではなく一般的な傾向を示していると考える必要があります。

測定者数 3 以上、5 以下および部品数 10 以上

- 測定変動: 部品から推定され、再現性と繰り返し性に分解されます。部品数の標準要件（10 個）または測定者数の標準要件（3 人）を満たしています。通常、これは繰り返し性を推定するには適切ですが、再現性の推定の精度は低くなります。再現性の推定の%工程変動が大きい場合、測定者の差を調査して、その差が他の測定者に及ぶ可能性があるかどうかを判断できます。

測定者数 6 以上および部品数 10 以上

- 測定変動: 部品から推定され、再現性と繰り返し性に分解されます。部品数の標準要件（10 個）と測定者数の標準要件（3 人）を満たしており、通常、繰り返し性の推定には適切であると言えます。測定者を追加すると、再現性の推定の精度が向上します。

参考文献

Burdick, R.K., Borror, C. M., and Montgomery, D.C. (2005). *Design and analysis of gauge R&R studies: Making decisions with confidence intervals in random and mixed ANOVA models.* Philadelphia, PA: Society for Industrial Applied Mathematics (SIAM).

Automotive Industry Action Group (AIAG) (2003). *Measurement systems analysis (MSA) manual* (*3rd edition*). Southfield, MI: Chrysler, Ford, General Motors Supplier Quality Requirements Task Force.

Montgomery, D.C. (2000). *Design and analysis of experiments*. New York, NY: Wiley.

Montgomery, D.C., and Runger, G.C. (1993 a). Gage capability and designed experiments. Part I: Basic methods. *Quality Engineering*, *6 (1993/1994)*, *115 – 135.*

Montgomery, D.C., and Runger, G.C. (1993 b). Gage capability analysis and designed experiments. Part II: Experimental design models and variance component estimation. *Quality Engineering, 6 (1993/1994)*, *289-305*.

Raffaldi, J. and Ramsier, S. (2000). 5 ways to verify your gages. *Quality Magazine*, *39 (3)*, *38-42*.

Tsai, P. (1988). Variable gage repeatability and reproducibility study using the analysis of variance method. *Quality Engineering, 1(1)*, *107-115*.

Vardeman, S.B. and VanValkenburg, E.S. (1999). Two-way random-effects analyses and gage R&R studies. *Technometrics, 41 (3)*, *202-211*.

付録 A：部品間変動に対する部品の影響の評価

部品間の標準偏差の信頼区間を計算する厳密式はないため、区間を推定するためにシミュレーションを行いました。推定された部品間変動の精度に部品数がどのように影響するのかにシミュレーションの焦点を当てるため、部品の標準偏差の推定信頼区間と部品の真の標準偏差の比を調べました。部品数が増加するにつれ、区間は狭くなります。次に、比の誤差幅が10%または20%になる部品数を特定しました。誤差幅が10%の区間は(0.9，1.1)、誤差幅が20%の区間は(0.8，1.2)です。

シミュレーションの設定

ゲージ R&R 分析では、Y_{ijk}として表される、j番目の測定者による i 番目の部品の k 番目の測定が、次のモデルに適合すると仮定します。

$$Y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \gamma_{ij} + \varepsilon_{ijk}$$

ここで、

$i = 1, \ldots, I, j = 1, \ldots, J, k = 1, \ldots, K$とし、

α_i、β_j、γ_{ij}、およびε_{ijk}は、独立で平均 0 の正規分布に従い、分散はσ_P^2、σ_O^2，σ_{OP}^2、およびσ_e^2です。ここで、α_i、β_j、γ_{ij}、およびε_{ijk}は部品、測定者、部品 x 測定者、および誤差項を表します。

r を全体ゲージ標準偏差と全体工程標準偏差の比とすると、次のようになります。

$$r = \frac{\sqrt{\text{繰り返し性の分散} + \text{再現性の分散}}}{\sqrt{\text{部品の分散} + \text{繰り返し性の分散} + \text{再現性の分散}}} = \frac{\sqrt{\sigma_e^2 + \sigma_O^2 + \sigma_{PO}^2}}{\sqrt{\sigma_P^2 + \sigma_e^2 + \sigma_O^2 + \sigma_{PO}^2}}$$

一般に、測定システムが許容できるかどうかを判断するには、次の規則が使用されます。

r ≤ 0.1（10%）：許容可能

0.1 ＜ r ≤ 0.3：最低限

0.3 ＜ r：許容不可

3 つの領域を定義するために、r = 0.1（許容可能）、r = 0.25（最低限）、r = 0.35（許容不可）を選択しました。シミュレーション目的で、繰り返し性の分散は再現性の分散に等しいと仮定すると、次のようになります。

$$\frac{\sqrt{\sigma_e^2 + \sigma_e^2}}{\sqrt{\sigma_P^2 + 2\sigma_e^2}} = r \Rightarrow \sigma_P = \frac{\sqrt{(2 - 2r^2)}}{r} \sigma_e$$

$\sigma_{e=}0.001$ および 1、$\sigma_O^2 = \sigma_{PO}^2 = 0.5\sigma_e^2$、および$\sigma_P = \frac{\sqrt{(2-2r^2)}}{r}\sigma_e$を使用して観測値を生成し、3 人の測定者が各部品を 2 回測定すると仮定して、部品数が部品の標準偏差に与える影響を評価します。

各部品数、r、およびσ_eについて、次のシミュレーションステップを実行しました。

1. 上記のモデルを使用して、5,000 個のサンプルを生成します。
2. 部品の標準偏差を推定し、5,000 個すべてのサンプルの推定標準偏差と真の標準偏差の比を計算します。
3. 5,000 個の比を昇順に並べ替えます。並べ替えられた 5,000 個の比のうち、125 番目と 4875 番目の比は 95%の信頼水準の区間の下限と上限を表し、250 番目と 4750 番目の比は 90%の信頼水準の区間の下限と上限を表します。
4. 区間を調べ、誤差幅が 10%または 20%になる部品数を特定します。誤差幅が 10%の区間は(0.9, 1.1)です。誤差幅が 20%の区間は(0.8, 1.2)です。

シミュレーションの結果

表 1～表 6 の結果は、異なる部品数の各信頼水準でのシミュレーションの結果を示しており、各表は r およびσ_eの値の特定の組み合わせに対応します。全体として、これらの結果は次のことを示しています。

- 部品数 3 個、測定者数 3 人、反復数 2 回を使用すると、90%信頼区間と真の標準偏差の比は 35%～40%の誤差幅で約（0.61, 1.37）です。95%の信頼水準では、区間は 45%の誤差幅で約（0.55, 1.45）です。したがって、部品間の変動成分を正確に推定するのに、部品数 10 個では不十分です。
- 真の値の 20%以内で部品間変動を 90%の信頼性で推定するには、約 35 個の部品が必要です。
- 真の値の 10%以内で部品間変動を 90%の信頼性で推定するには、約 135 個の部品が必要です。

この結果の要約は、特定の r とσ_e.の組み合わせに固有のものではありません。上記の箇条書きされた結果に対応する行は、以下の表 1～表 6 で強調表示されています。

表 1　許容可能なゲージ（r = 0.1）、$\sigma_e = 0.001$、部品の真の標準偏差= 0.014071247

	部品の標準偏差の推定信頼区間と部品の真の標準偏差の比	
部品数	95%の信頼性	90%の信頼性
3	(0.15295, 1.93755)	(0.22195, 1.73365)
5	(0.34415, 1.67035)	(0.41861, 1.53873)
10	(0.55003, 1.44244)	(0.60944, 1.36992)
15	(0.63295, 1.36927)	(0.68721, 1.30294)
20	(0.68532, 1.31187)	(0.7295, 1.25701)
25	(0.7123, 1.27621)	(0.75578, 1.23251)
30	(0.74135, 1.24229)	(0.77645, 1.20841)
35	(0.76543, 1.23033)	(0.80066, 1.19706)

	部品の標準偏差の推定信頼区間と部品の真の標準偏差の比	
部品数	95%の信頼性	90%の信頼性
50	(0.79544, 1.20337)	(0.82636, 1.16595)
100	(0.85528, 1.13696)	(0.88063, 1.11635)
135	(0.87686, 1.12093)	(0.89448, 1.09760)
140	(0.88241, 1.11884)	(0.90130, 1.09974)

表 2　許容可能なゲージ（r = 0.1）、$\sigma_e = 1$、部品の真の標準偏差= 14.071247

	部品の標準偏差の推定信頼区間と部品の真の標準偏差の比	
部品数	95%の信頼性	90%の信頼性
5	(0.34656, 1.68211)	(0.42315, 1.5588)
10	(0.55496, 1.45382)	(0.61319, 1.38233)
15	(0.63484, 1.36949)	(0.68767, 1.30505)
35	(0.76233, 1.23513)	(0.79749, 1.19623)
40	(0.77256, 1.21518)	(0.81224, 1.18121)
135	(0.88017, 1.12345)	(0.89883, 1.10249)
140	(0.88004, 1.11725)	(0.89787, 1.09713)
145	(0.88281, 1.11886)	(0.89966, 1.09583)
150	(0.88302, 1.11132)	(0.90096, 1.09296)

表 3　最低限のゲージ（r = 0.25）、$\sigma_e = 0.001$、部品の真の標準偏差= 0.005477225575

	部品の標準偏差の推定信頼区間と部品の真の標準偏差の比	
部品数	95%の信頼性	90%の信頼性
30	(0.73879, 1.25294)	(0.77982, 1.21041)
35	(0.75881, 1.24383)	(0.79848, 1.20068)
40	(0.77281, 1.22813)	(0.80369, 1.18788)
135	(0.87588, 1.1191)	(0.89556, 1.10093)
140	(0.87998, 1.12001)	(0.89917, 1.09717)
145	(0.88100, 1.11812)	(0.89852, 1.09710)

	部品の標準偏差の推定信頼区間と部品の真の標準偏差の比	
部品数	95%の信頼性	90%の信頼性
150	(0.88373, 1.11563)	(0.90345, 1.09706)

表 4　最低限のゲージ（r = 0.25）、$\sigma_e = 1$、部品の真の標準偏差= 5.477225575

	部品の標準偏差の推定信頼区間と部品の真の標準偏差の比	
部品数	95%の信頼性	90%の信頼性
30	(0.74292, 1.25306)	(0.78159, 1.20872)
35	(0.76441, 1.24391)	(0.79802, 1.20135)
40	(0.77525, 1.21339)	(0.80786, 1.17908)
135	(0.87501, 1.11711)	(0.89512, 1.09758)
140	(0.87934, 1.11756)	(0.89881, 1.09862)
145	(0.88308, 1.11530)	(0.90056, 1.09806)

表 5　許容不可なゲージ（r = 0.35）、$\sigma_e = 0.001$、部品の真の標準偏差= 0.00378504

	部品の標準偏差の推定信頼区間と部品の真の標準偏差の比	
部品数	95%の信頼性	90%の信頼性
30	(0.74313, 1.25135)	(0.77427, 1.20568)
35	(0.75409, 1.24332)	(0.79444, 1.19855)
40	(0.76582, 1.22289)	(0.80599, 1.18615)
135	(0.87641, 1.12043)	(0.89507, 1.09820)
140	(0.87635, 1.11539)	(0.89651, 1.09368)
145	(0.88339, 1.11815)	(0.89772, 1.09591)

表 6　許容不可なゲージ（r = 0.35）、$\sigma_e = 1$、部品の真の標準偏差= 3.78504

	部品の標準偏差の推定信頼区間と部品の真の標準偏差の比	
部品数	95%の信頼性	90%の信頼性
30	(0.73750, 1.26100)	(0.77218, 1.21285)
35	(0.74987, 1.23085)	(0.79067, 1.18860)

	部品の標準偏差の推定信頼区間と部品の真の標準偏差の比	
部品数	95%の信頼性	90%の信頼性
40	(0.77187, 1.22270)	(0.80648, 1.18329)
135	(0.87572, 1.11877)	(0.89409, 1.09827)
140	(0.87798, 1.11634)	(0.89590, 1.09695)
145	(0.87998, 1.11513)	(0.89683, 1.09534)

測定者数

分散分析モデルを使用して、部品の標準偏差と測定者の標準偏差が完全に同じように推定されます。したがって、部品のシミュレーションの結果は、再現性の変動にも適用されます。2 人または 3 人の測定者は、再現性を正確に推定するには不十分です。ただし、多くの適用で起こりうるシナリオですが、部品間変動の大きさが測定者の変動よりもかなり大きい場合、この問題はあまり重要ではありません。

たとえば、部品間の標準偏差が測定者の標準偏差の 20 倍だったとします。部品の標準偏差は 20、測定者の標準偏差は 1 です。繰り返し性が再現性と同じであると仮定すると、測定システム変動と全体工程変動の真の比は次のようになります。

$$\sqrt{\frac{1+1}{400+1+1}} = 0.0705$$

次に、測定者の標準偏差の推定誤差幅が 40%(高)だとします。つまり、測定者の推定標準偏差は 1.4 になる可能性があります。したがって、測定システムと全体工程の比は、次のようになります。

$$\sqrt{\frac{1.4^2+1.4^2}{400+1.4^2+1.4^2}} = 0.0985$$

この値は 0.10 未満なので、10%が切り捨て値の場合、大きな再現性の変動はゲージの許容には影響しません。

測定者の変動が部品の変動とほぼ同じ場合、測定システムを表し、正確にゲージを評価するためには多数の測定者が必要です。

付録 B：繰り返し性の推定

計算の設定

近似に基づく、部品間の標準偏差の信頼区間とは異なり、繰り返し性の推定標準偏差と真の値の比は、カイ二乗分布に従います。したがって、90%の確率に関連する比の下限と上限を計算し、部品数、測定者数、および反復数が増加するにつれ、両方の限界がどのように 1 に近づくのかを評価できます。

付録 A で定義された表記法を使用し、繰り返し性の分散は次のように推定されます。

$$S^2 = \sum (Y_{ijk} - \bar{Y}_{ij.})^2 / IJ(K-1)$$

次に、$\frac{IJ(K-1)S^2}{\sigma_e^2}$は IJ(K-1)の自由度（df）でカイ二乗分布に従います。ここで、I は部品数、J は測定者数、K は反復数です。

この結果に基づき、推定標準偏差と真の値の比は、次の確率方程式を満たします。

$$確率\left(\sqrt{\frac{\chi^2_{df,\alpha/2.}}{df}} \leq \frac{S}{\sigma_e} \leq \sqrt{\frac{\chi^2_{df,1-(\alpha/2)}}{df}}\right) = 1-\alpha$$

ここで、df = IJ(K-1) =部品数 ＊ 測定者数 ＊（反復数 - 1)となります。反復数が 2 の場合、自由度は部品数と測定者を掛けた数に等しくなります。

この式を使用して、自由度の各値について、90%の確率で比$\frac{S}{\sigma_e}$の下限と上限を計算します。次に、推定標準偏差が真の値の 10%および 20%以内になる自由度を特定します。対応する区間は誤差幅 10%で(0.9, 1.1)、誤差幅 20%で(0.8, 1.2)です。

計算の結果

図 1 のグラフは、1～200 の自由度と対比した 90%の確率の比$\frac{S}{\sigma_e}$の下限と上限を示しています。

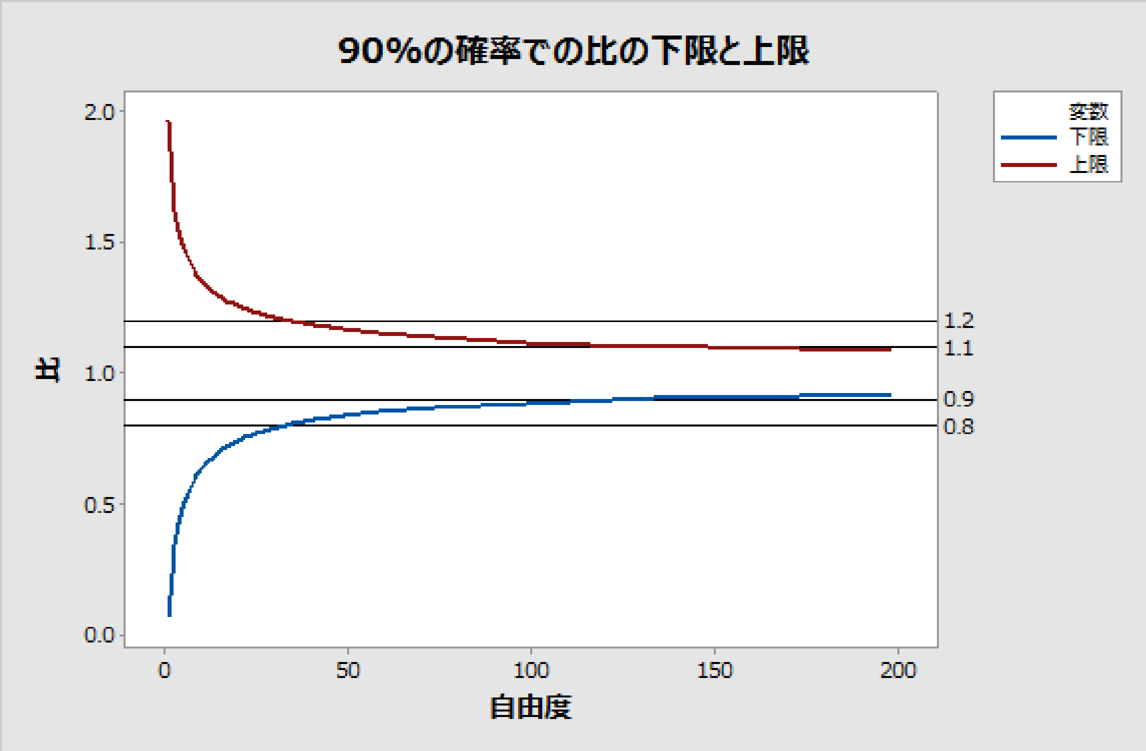

図 1　自由度（1～200）と対比した 90%の確率の$\frac{S}{\sigma_e}$の下限と上限

自由度が増加すると、下限および上限で形成される区間が狭くなる点に注目してください。区間の幅は、自由度が 1 から 50 まで増加するにつれて、大幅に減少します。これは、自由度 1～50 の結果を表示する、図 2 の拡大したグラフでより明らかに確認できます。

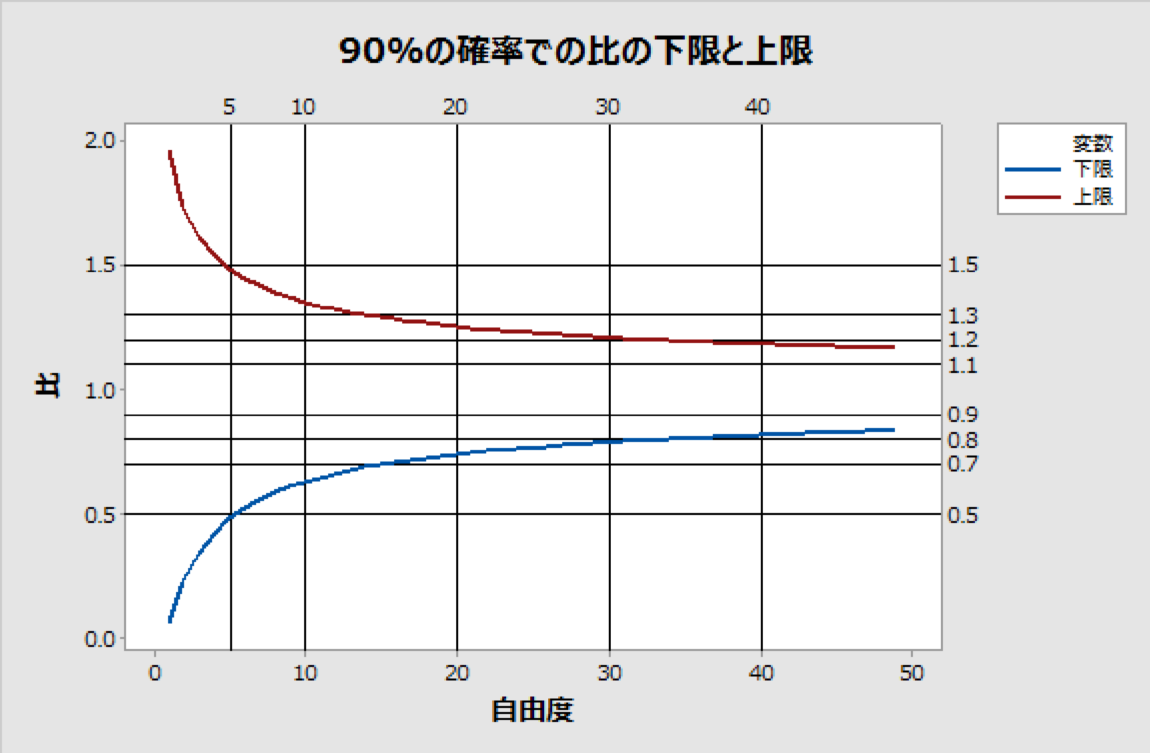

図 2　自由度（1～50）と対比した 90%の確率の$\frac{s}{\sigma_e}$の下限と上限

図 2 に示すように、自由度が 10 未満のとき、区間は(0.63, 1.35)よりも広くなります。次の表 7 の値が示すように、自由度が増加すると区間は狭くなります。

表 7　自由度および 90%の確率の下限と上限

自由度	下限および上限によって形成された区間
5	(0.48, 1.49)
10	(0.63, 1.35)
15	(0.70, 1.29)
20	(0.74, 1.25)
25	(0.76, 1.23)
30	(0.79, 1.21)
35	(0.80, 1.19)
40	(0.81, 1.18)

したがって、90%の確率の場合、20%の誤差幅で繰り返し性の標準偏差を推定するには、約 35 の自由度が必要です。自由度は、部品数 * 測定者数 * (反復数- 1)に等しくなると前述しました。したがって、部品数 10、測定者数 3、反復数 2 という一般的な推奨条件で、この

要件に近い自由度（30）が得られます。90%の確率で誤差幅 10%を得るには、約 135 の自由度が必要です（図 1 を参照）。