Ce livre blanc fait partie d'une série de documents qui expliquent les recherches menées par les statisticiens de Minitab pour développer les méthodes et les outils de vérification des données utilisés dans l'Assistant de Minitab Statistical Software.

Etude de R&R de l'instrumentation (croisée)

Généralités

Des études de systèmes de mesure sont effectuées dans pratiquement tous les secteurs de la fabrication afin de contrôler et d'améliorer les processus de production de façon adaptée. Généralement, lors d'une étude des systèmes de mesure, une instrumentation de calibrage spécifique est utilisée pour permettre à plusieurs opérateurs de répéter des mesures comparables sur des pièces sélectionnées. Ces études décrivent fréquemment deux composantes de la variabilité du système de mesure : la répétabilité et la reproductibilité. La répétabilité représente la variabilité obtenue lorsque l'instrumentation est utilisée par le même opérateur pour mesurer la même pièce. La reproductibilité désigne la variabilité obtenue lorsque différents opérateurs mesurent une même pièce. Ainsi, les études de systèmes de mesure sont souvent appelées études de répétabilité et de reproductibilité de l'instrumentation, ou études de R&R de l'instrumentation.

L'objectif principal d'une étude de l'instrumentation est de déterminer le degré de variation des données dû au système de mesure et d'estimer si ce dernier est adapté pour évaluer les performances du procédé. Pour en savoir plus sur les études de systèmes de mesure, reportez-vous au manuel MSA (2003), à Montgomery et Runger (1993) et à Burdick, Borror et Montgomery (2005).

La fonction d'étude de R&R de l'instrumentation (croisée) de l'Assistant est conçue pour analyser les données d'études de systèmes de mesure types. Elle utilise la méthode la plus courante, qui consiste à ajuster les données mesurées à un modèle d'ANOVA, et évalue différentes sources de variation au sein du système de mesure à l'aide des composantes de la variance du modèle.

Si vous suivez les indications habituelles relatives à la quantité de données à collecter pour des études de R&R, l'estimation des composantes de la variance peut ne pas être précise (Montgomery et Runger, 1993 a, 1993 b ; Vardeman et Vanvalkenburg, 1999). L'Assistant vous avertit lorsque le nombre de pièces ou d'opérateurs est inférieur à une certaine valeur et risque de réduire la précision des estimations de la variation de pièce à pièce et de la variation entre opérateurs. Nous avons effectué des simulations pour déterminer le nombre de pièces, d'opérateurs et de répliques nécessaires pour obtenir des estimations précises.

En nous fondant sur les résultats de nos simulations et sur des pratiques communément acceptées pour l'analyse de systèmes de mesure, nous avons développé les vérifications de données suivantes pour l'étude de R&R de l'instrumentation (croisée). L'Assistant effectue automatiquement ces vérifications de données et présente les résultats dans le rapport.

- Quantité de données
    - Variation du procédé
    - Variation des mesures

Dans cet article, nous étudions l'importance pratique de ces vérifications pour l'analyse de systèmes de mesure et décrivons comment nous avons établi les conditions propres à chaque test des données.

Vérification des données

Quantité de données

Les procédures habituelles pour les études de R&R de l'instrumentation recommandent généralement l'utilisation de 10 pièces, 2 ou 3 opérateurs et 2 ou 3 répliques (AIAG, 2003 ; Raffaldi et Ramsier, 2000 ; Tsai, 1988). Toutefois, l'effectif d'échantillon recommandé n'est pas assez grand pour obtenir une estimation précise de la variation de pièce à pièce et, par conséquent, il peut ne pas constituer une base solide pour l'évaluation d'une instrumentation donnée (Montgomery et Runger, 1993 a, 1993 b ; Vardeman et Vanvalkenburg, 1999).

Afin de définir des consignes concernant la quantité de données appropriée, nous nous sommes penchés sur le nombre de pièces à évaluer pour obtenir des estimations de la variation de pièce à pièce à différents niveaux de précision. Nous avons également évalué le nombre d'opérateurs nécessaire pour obtenir une estimation précise de la variation des mesures. Enfin, nous avons étudié le nombre d'observations nécessaires pour obtenir des estimations de la répétabilité de l'instrumentation à différents niveaux de précision.

Nombre de pièces nécessaires pour estimer la variation de pièce à pièce avec différents niveaux de précision

Objectif

Nous souhaitions déterminer le nombre de pièces à évaluer pour obtenir des estimations de la variation de pièce à pièce avec différents niveaux de précision.

Méthode

Nous avons effectué une étude de simulation avec 5 000 échantillons. Pour tous les échantillons, nous avons estimé l'écart type des pièces et calculé le rapport de l'écart type estimé sur l'écart type réel. Nous avons classé les rapports du plus faible au plus élevé, puis utilisé les 125ème et 4875ème rapports pour définir l'intervalle de confiance à 95 % ; les 250ème et 4750ème rapports définissent quant à eux l'intervalle de confiance à 90 %. L'utilisation de ces intervalles de confiance permet d'identifier le nombre de pièces nécessaire pour estimer la variation de pièce à pièce avec différents niveaux de précision.

Les résultats

Suite à l'étude de simulation, nous sommes parvenus aux conclusions suivantes :

- Lorsque nous utilisons 10 pièces, 3 opérateurs et 2 répliques, le rapport de l'intervalle de confiance à 90 % sur l'écart type réel est d'environ (0,61, 1,37) avec une marge d'erreur de 35 à 40 %. A un niveau de confiance de 95 %, cet intervalle est d'environ (0,55, 1,45) avec une marge d'erreur de 45 %. Par conséquent, 10 pièces ne suffisent pas pour obtenir une estimation précise de la composante de variation de pièce à pièce.

- Environ 35 pièces sont nécessaires pour être sûr à 90 % que votre estimation de la variation de pièce à pièce ne s'écarte pas de plus de 20 % de la valeur réelle.
- Environ 135 pièces sont nécessaires pour être sûr à 90 % que votre estimation de la variation de pièce à pièce ne s'écarte pas de plus de 10 % de la valeur réelle.

Nous avons également établi que ces résultats s'appliquent à des instrumentations acceptables, marginales et inacceptables.

Pour obtenir une explication détaillée de la simulation et des résultats, reportez-vous à l'annexe A.

Nombre d'opérateurs nécessaires pour estimer la variation de pièce à pièce avec différents niveaux de précision

Objectif

Nous souhaitions déterminer le nombre d'opérateurs nécessaires pour évaluer des pièces afin d'obtenir des estimations de la variation entre opérateur avec différents niveaux de précision.

Méthode

L'écart type entre les pièces et celui entre les opérateurs sont tous les deux estimés à l'aide d'un modèle d'ANOVA. Par conséquent, la méthode utilisée dans la simulation concernant le nombre de pièces nécessaires pour estimer la variation de pièce à pièce peut aussi être appliquée au nombre d'opérateurs nécessaires pour estimer la variation entre les opérateurs.

Les résultats

Deux ou trois opérateurs ne suffisent pas pour fournir une estimation précise de la reproductibilité. Toutefois, le problème est moins important lorsque la variation de pièce à pièce est nettement supérieure à la variation entre les opérateurs, ce qui est un scénario probable pour de nombreuses applications.

Pour obtenir une explication détaillée de la simulation et des résultats, reportez-vous à l'annexe A.

Nombre d'observations nécessaires pour estimer la répétabilité avec différents niveaux de précision

Objectif

Nous souhaitions déterminer dans quelle mesure le nombre d'observations influait sur l'estimation de la répétabilité et si 10 pièces, 3 opérateurs et 2 répliques pouvaient fournir une estimation raisonnablement précise de la variation de la répétabilité.

Méthode

Le rapport de l'écart type de la répétabilité estimée sur sa valeur réelle obéit à une loi du Khi deux. Pour déterminer le nombre d'observations nécessaires afin d'obtenir une estimation relativement précise de la répétabilité, nous avons calculé les bornes inférieure et supérieure du rapport associés à une probabilité de 90 %, puis représenté graphiquement les résultats.

Les résultats

Dans une étude de l'instrumentation type (par exemple, nombre de pièces = 10, nombre d'opérateurs = 3 et nombre de répliques = 2), le nombre de degrés de liberté pour l'erreur est de 30, ce qui vous permet d'être sûr à 90 % que votre estimation de la répétabilité ne s'écarte pas de plus de 20 % de la valeur réelle. Avec des paramètres types, l'estimation de la répétabilité est relativement précise. Pour plus de détails, reportez-vous à l'Annexe B.

Résultats globaux

Nos études indiquent clairement que les paramètres utilisés habituellement dans une étude de l'instrumentation ne sont pas suffisants pour fournir des estimations précises de la variation de pièce à pièce et de la variation de la reproductibilité, ce qui fausse le rapport de la variation de l'instrumentation sur la variation totale du procédé, et, en fin de compte, les conclusions quant à l'acceptabilité de l'instrumentation. Généralement, la variation de pièce à pièce est supérieure à la variation de la reproductibilité : sa précision a donc un impact plus important sur l'acceptabilité d'une instrumentation. Toutefois, dans de nombreux cas, il peut être impossible de sélectionner 35 pièces ou plus et de les faire mesurer deux fois par plusieurs opérateurs.

Compte tenu des paramètres types de R&R de l'instrumentation utilisés dans la pratique et des résultats de la simulation, l'Assistant utilise les méthodes suivantes pour aider les utilisateurs à obtenir des estimations précises pour les composantes de la variance :

1. Fournir une option dans la boîte de dialogue pour permettre aux utilisateurs d'entrer une estimation de la variation du procédé obtenue à partir d'un large ensemble de données historiques. Dans la plupart des cas, l'estimation obtenue à partir d'un ensemble de données historiques est plus précise que celle obtenue à partir des données des échantillons.

2. Si aucune estimation historique n'est disponible et que le nombre de pièces est petit, nous affichons un message pour rappeler aux utilisateurs de sélectionner plus de 10 pièces afin d'obtenir des estimations plus précises.

En fonction de la quantité des données, le rapport affiche des informations sur la variation du procédé et des mesures. Par exemple, si vous utilisez 10 pièces et 3 opérateurs et indiquez un écart type historique, le message de vérification des données suivant apparaît dans le rapport :

Etat	Condition
	Pour déterminer si un système de mesure est capable d'évaluer les performances du procédé, vous avez besoin de bonnes estimations de la variation du procédé et de celle des mesures. Variation du procédé: est constituée de la variation de pièce à pièce et de la variation due aux mesures. Elle peut être estimée à partir d'un grand échantillon de données historiques, ou encore à partir des pièces de l'étude. Vous avez entré un écart type historique afin que ces deux estimations soient disponibles. Vous pouvez les comparer pour vérifier leur degré de concordance. Bien que le nombre de pièces de cette étude (10) corresponde au nombre demandé en général (10), la valeur historique doit fournir une estimation plus précise de la variation du procédé. Variation des mesures: estimée à partir des pièces, elle présente deux composantes, qui sont la reproductibilité et la répétabilité. Le nombre de pièces (10) et le nombre d'opérateurs (3) correspondent aux nombres demandés habituellement, soit 10 pièces et 3 opérateurs. Cela convient en général pour l'estimation de la répétabilité, mais l'estimation de la reproductibilité s'avère moins précise. Si la valeur %Procédé de l'estimation de la reproductibilité est élevée, vous pouvez examiner les différences entre les opérateurs et déterminer si ces dernières risquent de s'étendre aux autres opérateurs.

Vous trouverez ci-dessous l'ensemble des messages correspondant à diverses configurations de pièces, d'opérateurs et de répliques.

VARIATION DU PROCEDE

Ecart type historique (pièces < 10)

- Variation du procédé: est constituée de la variation de pièce à pièce et de la variation due aux mesures. Elle peut être estimée à partir d'un grand échantillon de données historiques, ou encore à partir des pièces de l'étude. Vous avez entré un écart type historique afin que ces deux estimations soient disponibles. Vous pouvez les comparer pour vérifier leur degré de concordance. Le nombre de pièces de cette étude étant réduit, la valeur historique doit fournir une estimation plus précise de la variation du procédé.

Ecart type historique (pièces ≥ 10, ≤ 15)

- Variation du procédé: est constituée de la variation de pièce à pièce et de la variation due aux mesures. Elle peut être estimée à partir d'un grand échantillon de données historiques, ou encore à partir des pièces de l'étude. Vous avez entré un écart type historique afin que ces deux estimations soient disponibles. Vous pouvez les comparer pour vérifier leur degré de concordance. Bien que le nombre de pièces de cette étude corresponde au nombre demandé en général (10), la valeur historique doit fournir une estimation plus précise de la variation du procédé.

Ecart type historique (pièces > 15, < 35)

- Variation du procédé: est constituée de la variation de pièce à pièce et de la variation due aux mesures. Elle peut être estimée à partir d’un grand échantillon de données historiques, ou encore à partir des pièces de l’étude. Vous avez entré un écart type historique afin que ces deux estimations soient disponibles. Vous pouvez les comparer pour vérifier leur degré de concordance. Le nombre de pièces de cette étude est nettement supérieur au nombre demandé en général (10). Si les pièces sélectionnées représentent la variabilité typique du procédé, cette estimation de la variation du procédé devrait être nettement meilleure par rapport au cas de figure où vous utilisez 10 pièces.

Ecart type historique (pièces ≥ 35)

- Variation du procédé: est constituée de la variation de pièce à pièce et de la variation due aux mesures. Elle peut être estimée à partir d'un grand échantillon de données historiques, ou encore à partir des pièces de l'étude. Vous avez entré un écart type historique afin que ces deux estimations soient disponibles. Vous pouvez les comparer pour vérifier leur degré de concordance. Le nombre de pièces de cette étude est nettement supérieur au nombre demandé en général (10). Si les pièces sélectionnées représentent la variabilité typique du procédé, cette estimation de la variation du procédé sera appropriée.

Aucun écart type historique (pièces < 10)

- Variation du procédé: est constituée de la variation de pièce à pièce et de la variation due aux mesures. Elle peut être estimée à partir d'un grand échantillon de données historiques, ou encore à partir des pièces de l'étude. Vous avez opté pour l'estimation à partir des pièces, mais vous disposez d'un nombre de pièces inférieur au nombre demandé en général (10). La précision de cette estimation peut ne pas convenir. Si les pièces sélectionnées ne représentent pas la variabilité typique du procédé, envisagez d'entrer une estimation historique ou d'utiliser d'autres pièces.

Aucun écart type historique (pièces ≥ 10, ≤ 15)

- Variation du procédé: est constituée de la variation de pièce à pièce et de la variation due aux mesures. Elle peut être estimée à partir d'un grand échantillon de données historiques, ou encore à partir des pièces de l'étude. Vous avez opté pour l'estimation à partir des pièces. Bien que le nombre de pièces corresponde au nombre demandé en général (10), l'estimation risque de manquer de précision. Si les pièces sélectionnées ne représentent pas la variabilité typique du procédé, envisagez d'entrer une estimation historique ou d'utiliser d'autres pièces.

Aucun écart type historique (pièces > 15, < 35)

- Variation de procédé: est constituée de la variation de pièce à pièce et de la variation due aux mesures. Elle peut être estimée à partir d’un grand échantillon de données historiques, ou encore à partir des pièces de l’étude. Vous avez opté pour l’estimation à partir des pièces. Le nombre de pièces est nettement supérieur au nombre demandé en général (10). Si les pièces sélectionnées représentent la variabilité typique du procédé, cette estimation de la variation du procédé devrait être nettement meilleure par rapport au cas de figure où vous utilisez 10 pièces.

Aucun écart type historique (pièces ≥ 35)

- Variation du procédé: est constituée de la variation de pièce à pièce et de la variation due aux mesures. Elle peut être estimée à partir d'un grand échantillon de données historiques, ou encore à partir des pièces de l'étude. Vous avez opté pour l'estimation à partir des pièces. Le nombre de pièces est nettement supérieur au nombre demandé en général, soit 10. Si les pièces sélectionnées représentent la variabilité typique du procédé, cette estimation de la variation du procédé sera appropriée.

VARIATION DES MESURES

Opérateurs ≤ 2 ou pièces < 10

- Variation des mesures: estimée à partir des pièces, elle présente deux composantes, qui sont la reproductibilité et la répétabilité. Le nombre de pièces ou d'opérateurs est différent des nombres demandés habituellement, soit 10 pièces et 3 opérateurs. Les estimations de la variation des mesures risquent de manquer de précision. Vous devez considérer les estimations comme une indication des tendances générales plutôt que des résultats précis.

Opérateurs ≥ 3 et ≤ 5 et pièces ≥ 10

- Variation des mesures: estimée à partir des pièces, elle présente deux composantes, qui sont la reproductibilité et la répétabilité. Le nombre de pièces et le nombre d'opérateurs correspondent aux nombres demandés habituellement, soit 10 pièces et 3 opérateurs. Cela convient en général pour l'estimation de la répétabilité, mais l'estimation de la reproductibilité s'avère moins précise. Si la valeur %Procédé de l'estimation de la reproductibilité est élevée, vous pouvez examiner les différences entre les opérateurs et déterminer si ces dernières risquent de s'étendre aux autres opérateurs.

Opérateurs > 5 et pièces ≥ 10

- Variation des mesures : estimée à partir des pièces, elle présente deux composantes, qui sont la reproductibilité et la répétabilité. Le nombre de pièces et le nombre d'opérateurs correspondent aux nombres demandés habituellement, soit 10 pièces et 3 opérateurs, et convient en général pour l'estimation de la répétabilité. Les opérateurs supplémentaires améliorent la précision de l'estimation de la reproductibilité.

Références

Burdick, R.K., Borror, C.M. et Montgomery, D.C. (2005), *Design and analysis of gauge R&R studies: Making decisions with confidence intervals in random and mixed ANOVA models,* Philadelphia, PA : Society for Industrial Applied Mathematics (SIAM).

Automotive Industry Action Group (AIAG) (2003), *Measurement systems analysis (MSA) manual* (*3rd edition*), Southfield, MI : Chrysler, Ford, General Motors Supplier Quality Requirements Task Force.

Montgomery, D.C. (2000), *Design and analysis of experiments*, New York, NY : Wiley.

Montgomery, D.C. et Runger, G.C. (1993 a), Gage capability and designed experiments. Part I: Basic methods, *Quality Engineering*, 6 (1993/1994), 115 – 135.

Montgomery, D.C. et Runger, G.C. (1993 b), Gage capability analysis and designed experiments. Part II: Experimental design models and variance component estimation, *Quality Engineering*, 6 (1993/1994), 289-305.

Raffaldi, J. et Ramsier, S. (2000), 5 ways to verify your gages, *Quality Magazine*, 39 (3), 38-42.

Tsai, P. (1988), Variable gage repeatability and reproducibility study using the analysis of variance method, *Quality Engineering*, 1(1), 107-115.

Vardeman, S.B. et VanValkenburg, E.S. (1999), Two-way random-effects analyses and gage R&R studies, Technometrics, 41 (3), 202-211.

Annexe A : évaluation de l'effet des pièces sur la variation de pièce à pièce

Etant donné qu'il n'existe pas de formule exacte pour calculer l'intervalle de confiance pour l'écart type de pièce à pièce, nous avons effectué une simulation pour estimer ce dernier. Pour axer notre simulation sur l'influence du nombre de pièces sur la précision de la variation de pièce à pièce estimée, nous avons étudié le rapport de l'intervalle de confiance estimé pour l'écart type des pièces sur l'écart type réel des pièces. A mesure que le nombre de pièces augmente, l'intervalle devient plus étroit. Nous avons ensuite identifié le nombre de pièces avec lequel la marge d'erreur pour le rapport était de 10 ou 20 %. L'intervalle pour la marge d'erreur de 10 % est de (0,9, 1,1) et celui pour la marge d'erreur de 20 %, de (0,8, 1,2).

Procédure de simulation

Une étude de R&R de l'instrumentation suppose que la $k^{ème}$ mesure de la $i^{ème}$ pièce effectuée par le $j^{ième}$ opérateur, écrite Y_{ijk}, est ajustée au modèle suivant :

$$Y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \gamma_{ij} + \varepsilon_{ijk}$$

où

$i = 1, \ldots, I, j = 1, \ldots, J, k = 1, \ldots, K$ et

α_i, β_j, γ_{ij} et ε_{ijk} sont distribués normalement et de façon indépendante avec une moyenne de 0 et des variances de σ_P^2, σ_O^2, σ_{OP}^2 et σ_e^2. Ici, α_i, β_j, γ_{ij} et ε_{ijk} représentent les pièces, les opérateurs, les pièces x les opérateurs et les termes d'erreur.

Soit r le rapport de l'écart type de l'instrumentation totale sur l'écart type du procédé total. Alors

$$r = \frac{\sqrt{Variance\ de\ répétabilité\ +\ Variance\ de\ reproductibilité}}{\sqrt{Variance\ de\ pièce\ +\ Variance\ de\ répétabilité\ +\ Variance\ de\ reproductibilité}}$$
$$= \frac{\sqrt{\sigma_e^2 + \sigma_O^2 + \sigma_{PO}^2}}{\sqrt{\sigma_P^2 + \sigma_e^2 + \sigma_O^2 + \sigma_{PO}^2}}$$

Généralement, la règle suivante permet de déterminer si un système de mesure est acceptable :

r ≤ 0,1 (10 %) : acceptable

0,1 < r ≤ 0,3 : marginal

0,3 < r : inacceptable

Nous choisissons les valeurs r = 0,1 (acceptable), r = 0,25 (marginal) et r = 0,35 (inacceptable) pour définir les trois zones. Pour les besoins de la simulation, nous supposons que la variance de la répétabilité est égale à la variance de la reproductibilité, ce qui donne :

$$\frac{\sqrt{\sigma_e^2 + \sigma_e^2}}{\sqrt{\sigma_P^2 + 2\sigma_e^2}} = r \Rightarrow \sigma_P = \frac{\sqrt{(2 - 2r^2)}}{r}\sigma_e$$

Nous utilisons $\sigma_{e=}0{,}001$ et 1, $\sigma_O^2 = \sigma_{PO}^2 = 0{,}5\sigma_e^2$ et $\sigma_P = \frac{\sqrt{(2-2r^2)}}{r}\sigma_e$ pour générer les observations, et supposons que 3 opérateurs mesurent chaque pièce 2 fois pour évaluer l'influence du nombre de pièces sur l'écart type entre les pièces.

Voici les étapes de simulation que nous avons suivies pour chaque nombre de pièces, r et σ_e :

1. Générer 5 000 échantillons à l'aide du modèle ci-dessus.
2. Estimer l'écart type des pièces et calculer le rapport de l'écart type estimé sur l'écart type réel pour les 5 000 échantillons.
3. Classer les 5 000 rapports dans l'ordre croissant. Sur les 5 000 rapports classés, les 125ème et 4875ème rapports représentent les bornes inférieure et supérieure de l'intervalle à un niveau de confiance de 95 %, et les 250ème et 4750ème rapports représentent les bornes inférieure et supérieure de l'intervalle à un niveau de confiance de 90 %.
4. Etudier les intervalles pour identifier le nombre de pièces nécessaire pour que la marge d'erreur soit de 10 ou 20 %. L'intervalle pour la marge d'erreur de 10 % est (0,9, 1,1), celui pour la marge d'erreur de 20 %, (0,8, 1,2).

Résultats de la simulation

Les tableaux 1-6 indiquent les résultats de la simulation à chaque niveau de confiance pour différents nombres de pièces. Chaque tableau correspond à une combinaison de valeurs spécifique de r et de σ_e. Ces résultats nous conduisent aux conclusions globales suivantes :

- Lorsque nous utilisons 10 pièces, 3 opérateurs et 2 répliques, le rapport de l'intervalle de confiance à 90 % sur l'écart type réel est d'environ (0,61, 1,37) avec une marge d'erreur de 35 à 40 %. A un niveau de confiance de 95 %, cet intervalle est environ (0,55, 1,45) avec une marge d'erreur de 45 %. Par conséquent, 10 pièces ne suffisent pas pour obtenir une estimation précise de la composante de variation de pièce à pièce.
- Environ 35 pièces sont nécessaires pour être sûr à 90 % que votre estimation de la variation de pièce à pièce ne s'écarte pas de plus de 20 % de la valeur réelle.
- Environ 135 pièces sont nécessaires pour être sûr à 90 % que votre estimation de la variation de pièce à pièce ne s'écarte pas de plus de 10 % de la valeur réelle.

Notez que ce récapitulatif des résultats n'est pas propre à une combinaison particulière de r et de σ_e. Les lignes correspondant aux trois résultats ci-dessus sont signalées dans une couleur différente dans les tableaux 1, 2, 3, 4, 5 et 6 ci-dessous.

Tableau 1 Instrumentation acceptable (r = 0,1), $\sigma_e = 0{,}001$, EcTyp pièces réel = 0,014071247

	Rapport Intervalle de confiance estimé pour EcTyp pièces/EcTyp pièces réel	
Nombre de pièces	Confiance 95 %	Confiance 90 %
3	(0,15295, 1,93755)	(0,22195, 1,73365)
5	(0,34415, 1,67035)	(0,41861, 1,53873)
10	(0,55003, 1,44244)	(0,60944, 1,36992)
15	(0,63295, 1,36927)	(0,68721, 1,30294)
20	(0,68532, 1,31187)	(0,7295, 1,25701)
25	(0,7123, 1,27621)	(0,75578, 1,23251)
30	(0,74135, 1,24229)	(0,77645, 1,20841)
35	(0,76543, 1,23033)	(0,80066, 1,19706)
50	(0,79544, 1,20337)	(0,82636, 1,16595)
100	(0,85528, 1,13696)	(0,88063, 1,11635)
135	(0,87686, 1,12093)	(0,89448, 1,09760)
140	(0,88241, 1,11884)	(0,90130, 1,09974)

Tableau 2 Instrumentation acceptable (r = 0,1), $\sigma_e = 1$, EcTyp pièces réel = 14,071247

	Rapport Intervalle de confiance estimé pour EcTyp pièces/EcTyp pièces réel	
Nombre de pièces	Confiance 95 %	Confiance 90 %
5	(0,34656, 1,68211)	(0,42315, 1,5588)
10	(0,55496, 1,45382)	(0,61319, 1,38233)
15	(0,63484, 1,36949)	(0,68767, 1,30505)
35	(0,76233, 1,23513)	(0,79749, 1,19623)
40	(0,77256, 1,21518)	(0,81224, 1,18121)
135	(0,88017, 1,12345)	(0,89883, 1,10249)
140	(0,88004, 1,11725)	(0,89787, 1,09713)
145	(0,88281, 1,11886)	(0,89966, 1,09583)
150	(0,88302, 1,11132)	(0,90096, 1,09296)

Tableau 3 Instrumentation marginale (r = 0,25), $\sigma_e = 0{,}001$, EcTyp pièces réel = 0,005477225575

	Rapport Intervalle de confiance estimé pour EcTyp pièces/EcTyp pièces réel	
Nombre de pièces	Confiance 95 %	Confiance 90 %
30	(0,73879, 1,25294)	(0,77982, 1,21041)
35	(0,75881, 1,24383)	(0,79848, 1,20068)
40	(0,77281, 1,22813)	(0,80369, 1,18788)
135	(0,87588, 1,1191)	(0,89556, 1,10093)
140	(0,87998, 1,12001)	(0,89917, 1,09717)
145	(0,881, 1,11812)	(0,89852, 1,09710)
150	(0,88373, 1,11563)	(0,90345, 1,09706)

Tableau 4 Instrumentation marginale (r = 0,25), $\sigma_e = 1$, EcTyp pièces réel = 5,477225575

	Rapport Intervalle de confiance estimé pour EcTyp pièces/EcTyp pièces réel	
Nombre de pièces	Confiance 95 %	Confiance 90 %
30	(0,74292, 1,25306)	(0,78159, 1,20872)
35	(0,76441, 1,24391)	(0,79802, 1,20135)
40	(0,77525, 1,21339)	(0,80786, 1,17908)
135	(0,87501, 1,11711)	(0,89512, 1,09758)
140	(0,87934, 1,11756)	(0,89881, 1,09862)
145	(0,88308, 1,1153)	(0,90056, 1,09806)

Tableau 5 Instrumentation inacceptable (r = 0,35), $\sigma_e = 0{,}001$, EcTyp pièces réel = 0,00378504

	Rapport Intervalle de confiance estimé pour EcTyp pièces/EcTyp pièces réel	
Nombre de pièces	Confiance 95 %	Confiance 90 %
30	(0,74313, 1,25135)	(0,77427, 1,20568)
35	(0,75409, 1,24332)	(0,79444, 1,19855)
40	(0,76582, 1,22289)	(0,80599, 1,18615)

	Rapport Intervalle de confiance estimé pour EcTyp pièces/EcTyp pièces réel	
Nombre de pièces	Confiance 95 %	Confiance 90 %
135	(0,87641, 1,12043)	(0,89507, 1,09820)
140	(0,87635, 1,11539)	(0,89651, 1,09368)
145	(0,88339, 1,11815)	(0,89772, 1,09591)

Tableau 6 Instrumentation inacceptable (r = 0,35), σ_e = 1, EcTyp pièces réel = 3,78504

	Rapport Intervalle de confiance estimé pour EcTyp pièces/EcTyp pièces réel	
Nombre de pièces	Confiance 95 %	Confiance 90 %
30	(0,7375, 1,261)	(0,77218, 1,21285)
35	(0,74987, 1,23085)	(0,79067, 1,1886)
40	(0,77187, 1,2227)	(0,80648, 1,18329)
135	(0,87572, 1,11877)	(0,89409, 1,09827)
140	(0,87798, 1,11634)	(0,8959, 1,09695)
145	(0,87998, 1,11513)	(0,89683, 1,09534)

Nombre d'opérateurs

L'écart type entre les pièces et celui entre les opérateurs sont tous les deux estimés à l'aide d'un modèle d'ANOVA. Par conséquent, les résultats de la simulation réalisée sur les pièces s'appliquent également à la variation de la reproductibilité. Deux ou trois opérateurs ne suffisent pas pour fournir une estimation précise de la reproductibilité. Toutefois, le problème est moins important lorsque la variation de pièce à pièce est nettement supérieure à la variation entre les opérateurs, ce qui est un scénario probable pour de nombreuses applications.

Par exemple, supposons que l'écart type de pièce à pièce est 20 fois supérieur à l'écart type entre les opérateurs. L'écart type des pièces est de 20 et celui de l'opérateur de 1. En supposant que la répétabilité et la reproductibilité sont identiques, le rapport réel de la variation du système de mesure sur la variation du procédé total est le suivant :

$$\sqrt{\frac{1+1}{400+1+1}} = 0{,}0705$$

Supposons maintenant que la marge d'erreur pour l'estimation de l'écart type des opérateurs est de 40 % (élevée) ; c'est-à-dire que l'écart type estimé des opérateurs pourrait être de 1,4. Alors, le rapport de la variation du système de mesure sur la variation totale devient :

$$\sqrt{\frac{1{,}4^2 + 1{,}4^2}{400 + 1{,}4^2 + 1{,}4^2}} = 0{,}0985$$

Cette valeur étant inférieure à 0,10, une grande variation de la reproductibilité n'influe pas sur l'acceptabilité de l'instrumentation lorsque la valeur seuil est de 10 %.

Si la variation entre opérateurs est presque identique à la variation de pièce à pièce, un grand nombre d'opérateurs est nécessaire pour représenter le système de mesure et évaluer l'instrumentation avec précision.

Annexe B : estimation de la répétabilité

Procédure de calcul

Contrairement aux intervalles de confiance pour l'écart type de pièce à pièce, qui reposent sur une approximation, le rapport de l'écart type estimé de la répétabilité sur sa valeur réelle suit une loi du Khi deux. Par conséquent, nous pouvons calculer les bornes inférieure et supérieure du rapport associées à une probabilité de 90 %, puis évaluer la façon dont les deux bornes se rapprochent de 1 à mesure que le nombre de pièces, d'opérateurs et de répliques augmente.

Si nous utilisons la même notation que celle définie dans l'annexe A, la variance de la répétabilité est estimée par

$$S^2 = \sum (Y_{ijk} - \bar{Y}_{ij.})^2 / IJ(K-1)$$

$\frac{IJ(K-1)S^2}{\sigma_e^2}$ suit une loi du Khi deux à IJ(K-1) degrés de liberté (dl), où I représente le nombre de pièces, J, le nombre d'opérateurs et K, le nombre de répliques.

D'après ce résultat, le rapport de l'écart type estimé sur sa valeur réelle satisfait l'équation de probabilité suivante :

$$\text{Probabilité}\left(\sqrt{\frac{\chi^2_{dl,\alpha/2.}}{dl}} \leq \frac{S}{\sigma_e} \leq \sqrt{\frac{\chi^2_{dl,1-(\alpha/2)}}{dl}}\right) = 1 - \alpha$$

où dl = IJ(K-1) = nombre de pièces * nombre d'opérateurs * (nombre de répliques – 1). Si le nombre de répliques est de 2, le nombre de degrés de liberté est égal au nombre de pièces multiplié par le nombre d'opérateurs.

A l'aide de cette formule, pour chaque valeur de degrés de liberté donnée, nous calculons les bornes inférieure et supérieure du rapport $\frac{S}{\sigma_e}$ à un niveau de probabilité de 90 %. Nous recherchons ensuite le nombre de degrés de liberté avec lesquels l'écart type estimé ne s'écarte pas de plus de 10 et 20 % de sa valeur réelle. L'intervalle correspondant pour la marge d'erreur de 10 % est (0,9, 11) et celui pour la marge d'erreur de 20 % est (0,8, 1,2).

Résultats du calcul

Le graphique de la figure 1 indique les bornes inférieure et supérieure du rapport $\frac{S}{\sigma_e}$ à un niveau de probabilité de 90 % en fonction des degrés de liberté (de 1 à 200).

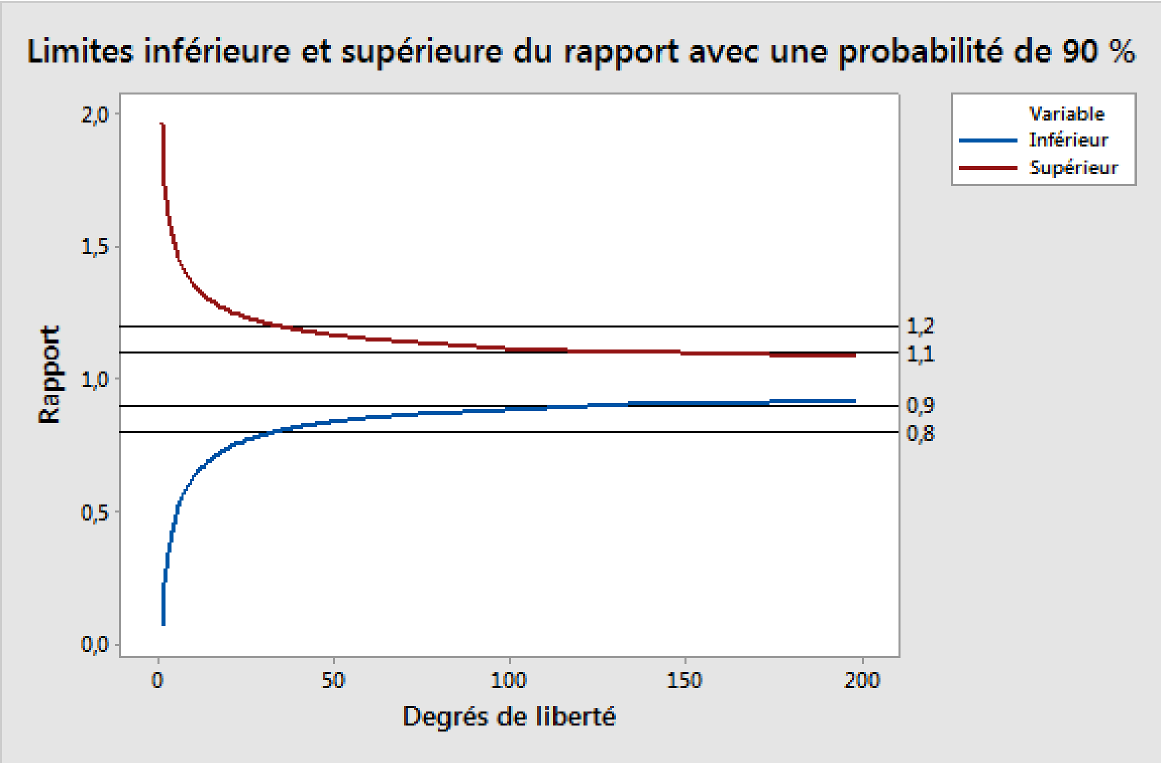

Figure 1 Bornes inférieure et supérieure de $\frac{S}{\sigma_e}$ à un niveau de probabilité de 90 % en fonction des degrés de liberté (1 à 200)

Notez que l'intervalle formé par les bornes inférieure et supérieure se réduit à mesure que les degrés de liberté augmentent. La largeur de l'intervalle diminue rapidement à mesure que les degrés de liberté augmentent de 1 à 50. Cela apparaît clairement dans le graphique agrandi de la figure 2, qui affiche les résultats pour les degrés de liberté compris entre 1 et 50.

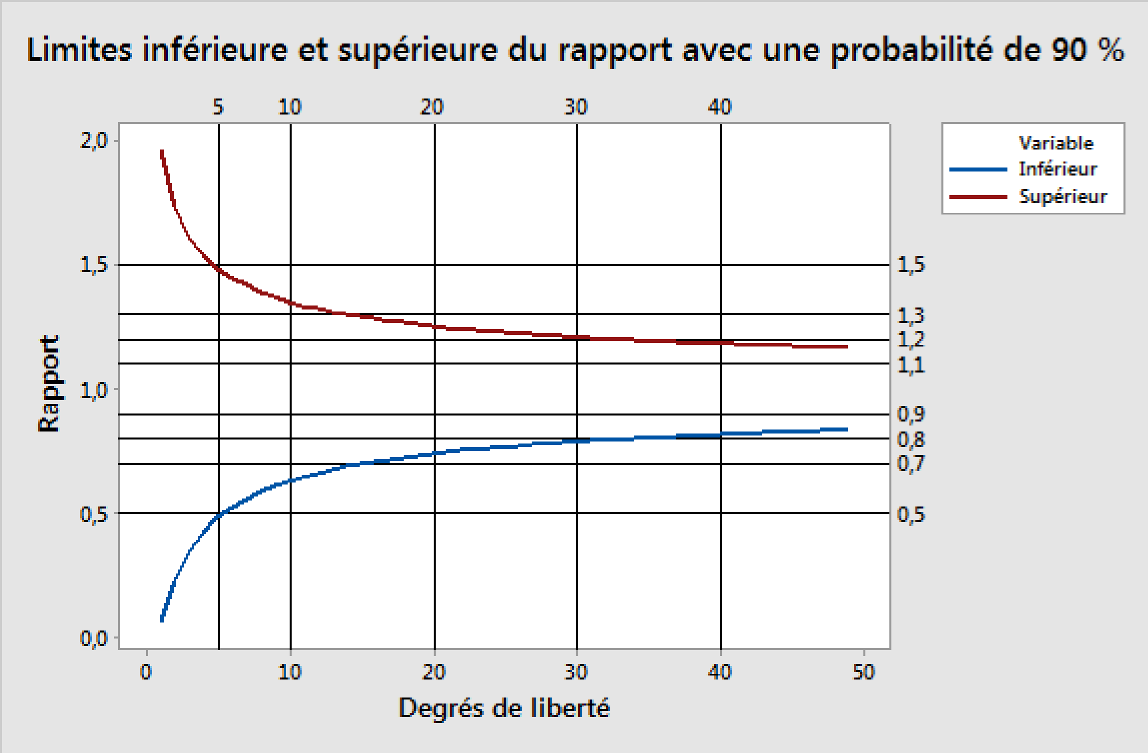

Figure 2 Bornes inférieure et supérieure de $\frac{S}{\sigma_e}$ à un niveau de probabilité de 90 % en fonction des degrés de liberté (1 à 50)

Comme le montre la figure 2, lorsque le nombre de degrés de liberté est inférieur à 10, la largeur de l'intervalle est supérieure à (0,63, 1,35). Plus le nombre de degrés de liberté augmente, plus l'intervalle s'étrécit, comme l'indiquent les valeurs du tableau 7 ci-dessous.

Tableau 7 Degrés de liberté et bornes inférieure et supérieure à un niveau de probabilité de 90 %.

Degrés de liberté	Intervalle formé par les bornes inférieure et supérieure
5	(0,48, 1,49)
10	(0,63, 1,35)
15	(0,70, 1,29)
20	(0,74, 1,25)
25	(0,76, 1,23)
30	(0,79, 1,21)
35	(0,80, 1,19)
40	(0,81, 1,18)

Par conséquent, à un niveau de probabilité de 90 %, environ 35 degrés de liberté sont nécessaires pour obtenir une marge d'erreur de 20 % pour l'estimation de l'écart type de la répétabilité. Gardez à l'esprit que le nombre de degrés de liberté équivaut au nombre de pièces * nombre d'opérateurs * (nombre de répliques – 1). Par conséquent, les valeurs types recommandées, c'est-à-dire 10 pièces, 3 opérateurs et 2 répliques, fournissent des degrés de liberté (30) qui satisfont approximativement cette condition. Pour obtenir une marge d'erreur de 10 % à un niveau de probabilité de 90 %, environ 135 degrés de liberté sont nécessaires (voir la figure 1).