

量具 R&R 研究（交叉）

概述

几乎所有类型的制造业都在进行测量系统研究，以适当地监控和改进生产方法。在典型的测量系统研究中，量具用于获取由多个操作员选定的部件的重复测量数据。测量系统可变性的两个组成部分通常在以下研究中产生：重复性和重现性。重复性表示同一操作员使用量具测量同一部件的可变性。重现性指不同操作员测量同一部件的可变性。因此，测量系统研究经常被称为量具重复性和重现性研究，或称量具 R&R 研究。

量具研究的主要目的是确定有多少数据偏差由测量系统产生，以及测量系统能否评估过程性能。有关测量系统研究的细述，请参阅 MSA 手册 (2003)、Montgomery and Runger (1993) 以及 Burdick, Borror, and Montgomery (2005)。

“协助”中的量具 R&R 研究（交叉）命令旨在分析典型的测量系统研究数据。它采用最常用的方法将测量数据与方差分析模型拟合，并使用模型中的方差分量估计测量系统中的各个偏差来源。

如果您使用常规指南来估计要为量具 R&R 研究收集的数据量，方差分量可能无法进行精确的估计 (Montgomery and Runger, 1993a, 1993b; Vardeman and VanValkenburg, 1999)。“协助”表示部件的数量和操作员的数量是否小于特定值，这可能会影响部件间和操作员偏差估计的精度。我们通过模拟来确定获得精确的估计所需的部件、操作员和仿行的数量。

使用测量系统分析中的模拟结果和广为接受的做法，我们为量具 R&R 研究（交叉）制定了以下数据检查。“协助”会自动执行这些数据检查并在“报告卡”中报告研究结果：

- 数据量
 - 过程偏差
 - 测量偏差

在本文中，我们探讨了在实际应用中这些数据检查与测量系统分析之间的关系，还介绍了如何为每个数据检查制定相关指南。

数据检查

数据量

通常情况下，量具 R&R 研究推荐使用 10 个部件、2 个或 3 个操作员，以及 2 个或 3 个仿行 (AIAG, 2003; Raffaldi and Ramsier, 2000; Tsai, 1988)。但是，推荐的样本量不够大，无法准确估计部件间偏差，从而可能无法准确地评估是否要使用特定的量具 (Montgomery and Runger, 1993a, 1993b; Vardeman and VanValkenburg, 1999)。

要制定适当数据量的指南，我们关注应对多少个部件进行评估，以获得不同精度的部件间偏差估计。我们还评估了应用多少操作员来获得测量偏差的精确估计。最后，我们调查了获取不同精度的量具重复性估计所需的观测次数。

用不同的精度估计部件间偏差的部件数

目标

我们想要确定应对多少个部件进行评估，以获得不同精度的部件间偏差估计。

方法

我们使用 5000 个样本开展了一项模拟研究。对于所有样本，我们估计了部件的标准差并计算了估计标准差与真实标准差的比率。我们将这些比率从低到高进行了排序并用第 125 个和第 4875 个比率定义 95% 的置信区间；用第 250 个和第 4750 个比率定义 90% 的置信区间。利用这些置信区间，我们确定了需要多少部件来估计不同精度的部件间偏差。

结果

根据模拟研究，我们得出了以下结论：

- 使用 10 个部件、3 个操作员和 2 个仿行，90% 的置信区间与真实标准差的比率约为 (0.61, 1.37)，误差率介于 35% 和 40% 之间。置信度为 95% 时，区间约为 (0.55, 1.45)，误差率为 45%。因此，10 个部件不足以为部件间偏差分量生成一个精确的估计。
- 您需要约 35 个部件，才能拥有 90% 的置信度，用于在 20% 的真实值范围内估计部件间偏差。
- 您需要约 135 个部件，才能拥有 90% 的置信度，用于在 10% 的真实值范围内估计部件间偏差。

我们还确定了这些结果适用于可接受的、勉强可接受和不能接受的量具。

有关模拟及其结果的详细说明，请参见附录 A。

用不同的精度估计部件间偏差的操作员数

目标

我们想要确定需要多少操作员来评估部件，以获得不同精度的操作员偏差估计。

方法

方差分析模型均可用于估计部件的标准差和操作员的标准差。因此，部件数模拟中用于估计部件间偏差的方法同样也适合在操作员数模拟中估计操作员之间的偏差。

结果

两个或三个操作员不足以提供精确的重现性估计。然而，如果部件间偏差的幅度比操作员之间的偏差大得多（许多应用中都可能会出现这种情况），问题就不是很严重。

有关模拟及其结果的详细说明，请参见附录 A。

以不同的精度估计重复性的观测次数

目标

我们想要确定观测次数将如何影响重复性估计，以及 10 个部件、3 个操作员以及 2 个仿行能否提供一个合理准确的重复性偏差估计。

方法

估计的重复性标准差与其真实值的比率呈卡方分布。为了确定获得合理精确的重复性估计所需的观测次数，我们计算了与 90% 的概率有关的比率的下限和上限，并且绘制了结果图。

结果

在典型的量具研究（例如，部件数 = 10，操作员数 = 3，仿行数 = 2）中，错误的自由度等于 30，从而可为您提供约 90% 的置信度，用于在 20% 的真实值范围内估计重复性。常规设置下的重复性估计相当精确。有关详细信息，请参见附录 B。


总体结果

我们的研究清楚地表明，在量具研究中使用的常规设置不够好，无法提供准确的部件间偏差和重现性偏差。这将影响量具偏差与总过程偏差的比率，最终影响有关量具是否可接受的决定。通常情况下，部件间偏差将大于重复性偏差，因此，其精度对是否接受量具的影响更大。然而，在许多应用中，可能无法选择 35 个或以上的部件，并让多个操作员对它们进行两次测量。

考虑到在实际应用中使用的常规量具 R&R 设置及我们的模拟结果，“协助”将使用以下方法鼓励用户获得精确的方差分量估计：

1. 在对话框中提供一个选项，允许用户输入从大量历史数据集中获得的过程偏差估计值。在大多数情况下，从大量历史数据集获得的估计值比从样本数据获得的估计值更准确。
2. 如果历史估计值不可用，且部件数量较少，我们会显示一条消息，提醒用户选择超过 10 个部件，以获得更精确的估计值。

“协助报告卡”将根据数据量显示有关过程偏差和测量偏差的信息。例如，如果您使用 10 个部件和 3 个操作员，并指定一个历史标准差，报告卡中将显示以下数据检查：

状态	条件
	<p>要确定测量系统是否能够评估过程性能，您需要对过程偏差和测量偏差进行准确估计。</p> <p>过程偏差：包括部件间偏差和测量偏差。可以从大量历史数据或研究中的部件估计过程偏差。您输入了一个历史标准差，从而两个估计值都可用。您可以比较这两个估计值，以查看它们的一致性。虽然这项研究中的部件数（10）满足 10 个部件的常规要求，但是历史值仍应提供更精确的过程偏差估计。</p> <p>测量偏差：根据部件估计，被细分为重现性和重复性。部件数（10）和操作员数（3）满足 10 个部件和 3 个操作员的常规要求。对于重复性估计，这通常已足够，但是对于重现性估计，则不太准确。如果重复性过程比例估计值较大，您可能要检查操作员之间的差异，并确定这些差异会不会影响其他操作员。</p>

以下是部件、操作员以及仿行的各种配置的所有信息。

过程偏差

历史标准差（部件数 < 10）

- 过程偏差：包括部件和测量偏差。可以从大量历史数据或从研究中的部件估计过程偏差。您输入了一个历史标准差，从而两个估计值都可用。您可以比较这两个估计值，以查看它们的一致性。这项研究中的部件数较小，因此历史值应提供更精确的过程偏差估计。

历史标准差（部件数 ≥ 10 且 ≤ 15 ）

- 过程偏差：包括部件间偏差和测量偏差。可以从大量历史数据或研究中的部件估计过程偏差。您输入了一个历史标准差，从而两个估计值都可用。您可以比较这两个估计值，以查看它们的一致性。虽然这项研究中的部件数满足 10 个部件的常规要求，但是历史值仍应提供更精确的过程偏差估计。

历史标准差（部件数 > 15 且 < 35）

- 过程偏差：包括部件间偏差和测量偏差。可以从大量历史数据或研究中的部件估计过程偏差。您输入了一个历史标准差，从而两个估计值都可用。您可以比较这两个估计值，以查看它们的一致性。这项研究中的部件数比 10 个部件的常规要求大得多。如果选定部件代表典型的过程偏差，此过程偏差估计值应该比使用 10 个部件得到的估计值准确得多。

历史标准差（部件数 ≥ 35 ）

- 过程偏差：包括部件间偏差和测量偏差。可以从大量历史数据或研究中的部件估计过程偏差。您输入了一个历史标准差，从而两个估计值都可用。您可以比较这两个估计值，以查看它们的一致性。这项研究中的部件数比 10 个部件的常规要求大得多。如果选定部件代表典型的过程偏差，此过程偏差估计值应符合要求。

无历史标准差（部件数 < 10）

- 过程偏差：包括部件间偏差和测量偏差。可以从大量历史数据或研究中的部件估计过程偏差。您选择根据部件进行估计，但未达到 10 个部件的常规要求。此估计的精确

度可能不符合要求。如果选定部件不代表典型的过程偏差，则考虑输入一个历史估计值或使用更多部件。

无历史标准差（部件数 ≥ 10 且 ≤ 15 ）

- 过程偏差：包括部件间偏差和测量偏差。可以从大量历史数据或研究中的部件估计过程偏差。您选择根据部件进行估计。虽然部件数满足 10 个部件的常规要求，但是估计值可能不准确。如果选定部件不代表典型的过程偏差，则考虑输入一个历史估计值或使用更多部件。

无历史标准差（部件数 > 15 且 < 35 ）

- 过程偏差：包括部件间偏差和测量偏差。可以从大量历史数据或研究中的部件估计过程偏差。您选择根据部件进行估计。部件数比 10 个部件的常规要求大得多。如果选定部件代表典型的过程偏差，此过程偏差估计值应该比使用 10 个部件得到的估计值准确得多。

无历史标准差（部件数 ≥ 35 ）

- 过程偏差：包括部件间偏差和测量偏差。可以从大量历史数据或研究中的部件估计过程偏差。您选择根据部件进行估计。部件数比 10 个部件的常规要求大得多。如果选定部件代表典型的过程偏差，此过程偏差估计值应符合要求。

测量偏差

操作员数 ≤ 2 或部件数 < 10

- 测量偏差：根据部件估计，被细分为重现性和重复性。部件数和操作员数不满足 10 个部件和 3 个操作员的常规要求。测量偏差估计可能不准确。您应该查看表示一般趋势的估计值，而不是精确的结果。

操作员数 ≥ 3 且 ≤ 5 ，部件数 ≥ 10

- 测量偏差：根据部件估计，被细分为重现性和重复性。部件数和操作员数满足 10 个部件和 3 个操作员的常规要求。对于重复性估计，这通常已足够，但是对于重现性估计，则不太准确。如果重复性过程比例估计值较大，您可能要检查操作员之间的差异，并确定这些差异会不会影响其他操作员。

操作员数 > 5 且部件数 ≥ 10

- 测量偏差：根据部件估计，被细分为重现性和重复性。部件数或操作员数满足 10 个部件和 3 个操作员的常规要求。对于重复性估计，这通常已足够。其他操作员会提高重现性估计的精度。

参考书

- Burdick, R.K., Borror, C. M., and Montgomery, D.C. (2005). *Design and analysis of gauge R&R studies: Making decisions with confidence intervals in random and mixed ANOVA models*. Philadelphia, PA: Society for Industrial Applied Mathematics (SIAM).
- Automotive Industry Action Group (AIAG) (2003). *Measurement systems analysis (MSA) manual (3rd edition)*. Southfield, MI: Chrysler, Ford, General Motors Supplier Quality Requirements Task Force.
- Montgomery, D.C. (2000). *Design and analysis of experiments*. New York, NY: Wiley.
- Montgomery, D.C., and Runger, G.C. (1993 a). Gage capability and designed experiments. Part I: Basic methods. *Quality Engineering*, 6 (1993/1994), 115 - 135.
- Montgomery, D.C., and Runger, G.C. (1993 b). Gage capability analysis and designed experiments. Part II: Experimental design models and variance component estimation. *Quality Engineering*, 6 (1993/1994), 289-305.
- Raffaldi, J. and Ramsier, S. (2000). 5 ways to verify your gages. *Quality Magazine*, 39 (3), 38-42.
- Tsai, P. (1988). Variable gage repeatability and reproducibility study using the analysis of variance method. *Quality Engineering*, 1(1), 107-115.
- Vardeman, S.B. and VanValkenburg, E.S. (1999). Two-way random-effects analyses and gage R&R studies. *Technometrics*, 41 (3), 202-211.

附录 A: 评估部件对部件间偏差的影响

因为没有准确的公式可用于计算部件间标准差的置信区间，我们通过模拟来估计置信区间。为了关注模拟中部件数将如何影响部件间偏差的估计精度，我们调查了部件的标准差与真实标准差的估计置信区间的比率。部件数增加时，该区间将变窄。然后，我们确定了比率的误差率为 10% 或 20% 的部件数。误差率为 10% 的区间为 (0.9, 1.1)，误差率为 20% 的区间为 (0.8, 1.2)。

模拟设置

量具 R&R 研究假设第 i 个部件 x 第 j 个操作员得到的第 k 个测量值（称为 Y_{ijk} ）适合以下模型：

$$Y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \gamma_{ij} + \varepsilon_{ijk}$$

其中

$$i = 1, \dots, I, j = 1, \dots, J, k = 1, \dots, K \text{ 和}$$

α_i 、 β_j 、 γ_{ij} 和 ε_{ijk} 呈独立正态分布，平均值为 0，方差为 σ_p^2 、 σ_o^2 、 σ_{op}^2 和 σ_e^2 。此处， α_i 、 β_j 、 γ_{ij} 和 ε_{ijk} 分别表示部件、操作员、部件 x 操作员以及错误项。

假设 r 为总量具标准差与总过程标准差的比率。然后，

$$r = \frac{\sqrt{\text{重复性方差} + \text{再现性方差}}}{\sqrt{\text{部件方差} + \text{重复性方差} + \text{再现性方差}}} = \frac{\sqrt{\sigma_e^2 + \sigma_o^2 + \sigma_{po}^2}}{\sqrt{\sigma_p^2 + \sigma_e^2 + \sigma_o^2 + \sigma_{po}^2}}$$

通常，下面的规则可用于确定测量系统是否可接受：

$r \leq 0.1$ (10%)：可接受

$0.1 < r \leq 0.3$ ：勉强可接受

$0.3 < r$ ：不能接受

我们选择 $r = 0.1$ （可接受）， $r = 0.25$ （勉强可接受）和 $r = 0.35$ （不能接受）来定义三个区域。出于模拟目的，我们假设重复性方差等于重现性方差，表示如下：

$$\frac{\sqrt{\sigma_e^2 + \sigma_e^2}}{\sqrt{\sigma_p^2 + 2\sigma_e^2}} = r \Rightarrow \sigma_p = \frac{\sqrt{(2-2r^2)}}{r} \sigma_e$$

我们使用 $\sigma_e=0.001$ 和 1， $\sigma_o^2 = \sigma_{po}^2 = 0.5\sigma_e^2$ 以及 $\sigma_p = \frac{\sqrt{(2-2r^2)}}{r} \sigma_e$ 生成观测值，并假设 3 个操作员对每个部件各测量两次，以评估部件数将如何影响部件的标准差。

下面是我们为每一个部件数、 r 和 σ_e 执行的模拟步骤：

1. 使用上述模型生成 5000 个样本。
2. 估计部件标准差，并计算所有 5000 个样本的估计标准差与真实标准差的比率。

- 按升序对 5000 个比率排序。在 5000 个排好序的比率中，第 125 个和第 4875 个比率表示 95% 的置信区间的下限和上限，第 250 个和第 4750 个比率表示 90% 的置信区间的下限和上限。
- 检查区间，以确定误差率为 10% 或 20% 的部件数。误差率为 10% 的区间为 (0.9, 1.1)。误差率为 20% 的区间为 (0.8, 1.2)。

模拟结果

表 1-6 中的结果显示不同部件数对应的各个置信度的模拟结果，每个表分别对应 r 和 σ_e 的值的特定组合。总的来说，这些结果表明：

- 使用 10 个部件、3 个操作员和 2 个仿行，90% 的置信区间与真实标准差的比率约为 (0.61, 1.37)，误差率介于 35% 和 40% 之间。置信度为 95% 时，区间约为 (0.55, 1.45)，误差率为 45%。因此，10 个部件不足以为部件间偏差分量生成一个精确的估计。
- 您需要约 35 个部件，才能拥有 90% 的置信度，用于在 20% 的真实值范围内估计部件间偏差。
- 您需要约 135 个部件，才能拥有 90% 的置信度，用于在 10% 的真实值范围内估计部件间偏差。

注意，此结果汇总不特定于 r 和 σ_e 的特定组合。与上述带项目符号的结果对应的行突出显示在下面的表 1、2、3、4、5 和 6 中。

表 1 可接受量具 ($r = 0.1$)， $\sigma_e = 0.001$ ，真实的部件标准差 = 0.014071247

部件数	部件标准差/真实的部件标准差的估计置信区间比	
	95% 的置信度	90% 的置信度
3	(0.15295, 1.93755)	(0.22195, 1.73365)
5	(0.34415, 1.67035)	(0.41861, 1.53873)
10	(0.55003, 1.44244)	(0.60944, 1.36992)
15	(0.63295, 1.36927)	(0.68721, 1.30294)
20	(0.68532, 1.31187)	(0.7295, 1.25701)
25	(0.7123, 1.27621)	(0.75578, 1.23251)
30	(0.74135, 1.24229)	(0.77645, 1.20841)
35	(0.76543, 1.23033)	(0.80066, 1.19706)
50	(0.79544, 1.20337)	(0.82636, 1.16595)
100	(0.85528, 1.13696)	(0.88063, 1.11635)
135	(0.87686, 1.12093)	(0.89448, 1.09760)

	部件标准差/真实的部件标准差的估计置信区间比	
部件数	95% 的置信度	90% 的置信度
140	(0.88241, 1.11884)	(0.90130, 1.09974)

表 2 可接受量具 ($r = 0.1$), $\sigma_e = 1$, 真实的部件标准差 = 14.071247

	部件标准差/真实的部件标准差的估计置信区间比	
部件数	95% 的置信度	90% 的置信度
5	(0.34656, 1.68211)	(0.42315, 1.5588)
10	(0.55496, 1.45382)	(0.61319, 1.38233)
15	(0.63484, 1.36949)	(0.68767, 1.30505)
35	(0.76233, 1.23513)	(0.79749, 1.19623)
40	(0.77256, 1.21518)	(0.81224, 1.18121)
135	(0.88017, 1.12345)	(0.89883, 1.10249)
140	(0.88004, 1.11725)	(0.89787, 1.09713)
145	(0.88281, 1.11886)	(0.89966, 1.09583)
150	(0.88302, 1.11132)	(0.90096, 1.09296)

表 3 勉强可接受的量具 ($r = 0.25$), $\sigma_e = 0.001$, 真实的部件标准差 = 0.005477225575

	部件标准差/真实的部件标准差的估计置信区间比	
部件数	95% 的置信度	90% 的置信度
30	(0.73879, 1.25294)	(0.77982, 1.21041)
35	(0.75881, 1.24383)	(0.79848, 1.20068)
40	(0.77281, 1.22813)	(0.80369, 1.18788)
135	(0.87588, 1.1191)	(0.89556, 1.10093)
140	(0.87998, 1.12001)	(0.89917, 1.09717)
145	(0.881, 1.11812)	(0.89852, 1.09710)
150	(0.88373, 1.11563)	(0.90345, 1.09706)

表 4 勉强可接受的量具 ($r = 0.25$), $\sigma_e = 1$, 真实的部件标准差 = 5.477225575

部件数	部件标准差/真实的部件标准差的估计置信区间比	
	95% 的置信度	90% 的置信度
30	(0.74292, 1.25306)	(0.78159, 1.20872)
35	(0.76441, 1.24391)	(0.79802, 1.20135)
40	(0.77525, 1.21339)	(0.80786, 1.17908)
135	(0.87501, 1.11711)	(0.89512, 1.09758)
140	(0.87934, 1.11756)	(0.89881, 1.09862)
145	(0.88308, 1.1153)	(0.90056, 1.09806)

表 5 不能接受的量具 ($r = 0.35$), $\sigma_e = 0.001$, 真实的部件标准差 = 0.00378504

部件数	部件标准差/真实的部件标准差的估计置信区间比	
	95% 的置信度	90% 的置信度
30	(0.74313, 1.25135)	(0.77427, 1.20568)
35	(0.75409, 1.24332)	(0.79444, 1.19855)
40	(0.76582, 1.22289)	(0.80599, 1.18615)
135	(0.87641, 1.12043)	(0.89507, 1.09820)
140	(0.87635, 1.11539)	(0.89651, 1.09368)
145	(0.88339, 1.11815)	(0.89772, 1.09591)

表 6 不能接受的量具 ($r = 0.35$), $\sigma_e = 1$, 真实的部件标准差 = 3.78504

部件数	部件标准差/真实的部件标准差的估计置信区间比	
	95% 的置信度	90% 的置信度
30	(0.7375, 1.261)	(0.77218, 1.21285)
35	(0.74987, 1.23085)	(0.79067, 1.1886)
40	(0.77187, 1.2227)	(0.80648, 1.18329)
135	(0.87572, 1.11877)	(0.89409, 1.09827)
140	(0.87798, 1.11634)	(0.8959, 1.09695)
145	(0.87998, 1.11513)	(0.89683, 1.09534)

操作员数

部件的标准差和操作员的标准差都使用相同的方差分析模型进行估计。因此，部件的模拟结果同样适用于重现性偏差。两个或三个操作员不足以提供精确的重现性估计。然而，如果部件间偏差的幅度比操作员偏差大得多（许多应用中都可能会出现这种情况），对操作员而言问题就不是很严重。

例如，假设部件间标准差是操作员标准差的 20 倍。部件标准差为 20，则操作员标准差为 1。假设重复性与重现性一样，则测量系统偏差与总过程偏差的真实比率为：

$$\sqrt{\frac{1 + 1}{400 + 1 + 1}} = 0.0705$$

现在假设估计操作员标准差的误差率为 40%（高）。也就是说，估计操作员标准差可以是 1.4。因此，测量系统的总比率为：

$$\sqrt{\frac{1.4^2 + 1.4^2}{400 + 1.4^2 + 1.4^2}} = 0.0985$$

因为此值小于 0.10，如果 10% 是临界值，则较大的重复性偏差不会影响量具接受度。

如果操作员偏差与部件偏差几乎一样，您需要大量操作员来展示测量系统并正确地评估量具。

附录 B: 估计重复性

计算设置

与基于近似值的部件间标准差的置信区间不同的是，估计的重复性标准差与其真实值之间的比率呈卡方分布。因此，我们可以计算与 90% 的概率有关的比率的下限和上限，然后在部件数、操作员数和仿行数增加时，评估下限和上限如何接近 1。

使用附录 A 中定义的另一符号，通过以下方法来估计重复性方差

$$S^2 = \sum (Y_{ijk} - \bar{Y}_{ij})^2 / IJ(K - 1)$$

然后， $\frac{IJ(K-1)S^2}{\sigma_e^2}$ 呈自由度 (df) 为 $IJ(K-1)$ 的卡方分布，其中 I 为部件数， J 为操作员数， K 为仿行数。

根据这一结果，估计的标准差与其真实值的比率满足下列概率方程的条件：

$$\text{概率} \left(\sqrt{\frac{\chi_{df, \alpha/2}^2}{df}} \leq \frac{S}{\sigma_e} \leq \sqrt{\frac{\chi_{df, 1-(\alpha/2)}^2}{df}} \right) = 1 - \alpha$$

其中 $df = IJ(K-1) = \text{部件数} * \text{操作员数} * (\text{仿行数} - 1)$ 。如果仿行数等于 2，则自由度等于部件数乘以操作员数。

对于自由度的每一个给定值，我们将使用这个公式以 90% 的概率计算比率 $\frac{S}{\sigma_e}$ 的下限和上限。然后，我们确定估计标准差在其真实值的 10% 和 20% 范围内的自由度。10% 的误差率对应的区间为 (0.9, 1.1)，20% 的误差率对应的区间为 (0.8, 1.2)。

计算结果

图 1 中的曲线显示概率为 90%、自由度在 1 和 200 范围内的比率 $\frac{S}{\sigma_e}$ 的下限和上限。

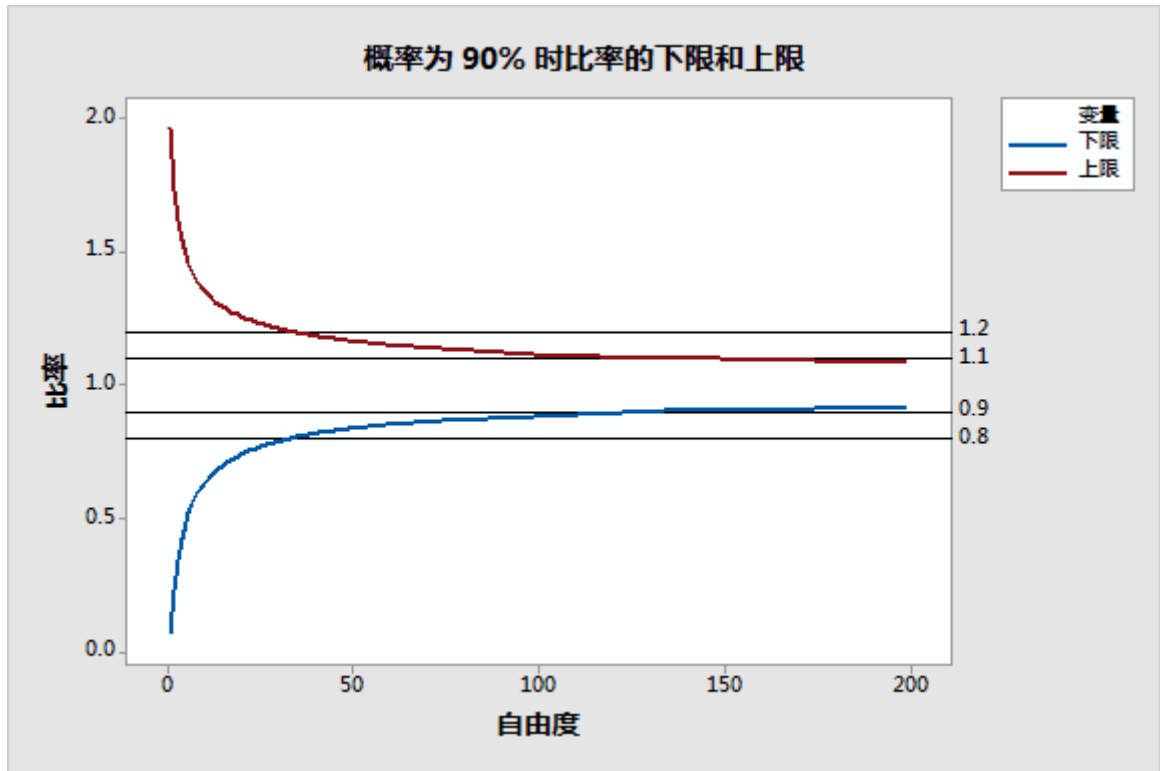


图 1 概率为 90%、自由度在 1 和 200 范围内的 $\frac{S}{\sigma_e}$ 的下限和上限

请注意，当自由度增大时，由下限和上限形成的区间会变窄。当自由度从 1 增大到 50 时，区间的宽度会显著减小。我们可以更清楚地在此图 2 中显示的放大图中看到这一点，其中显示的自由度结果为 1~50。

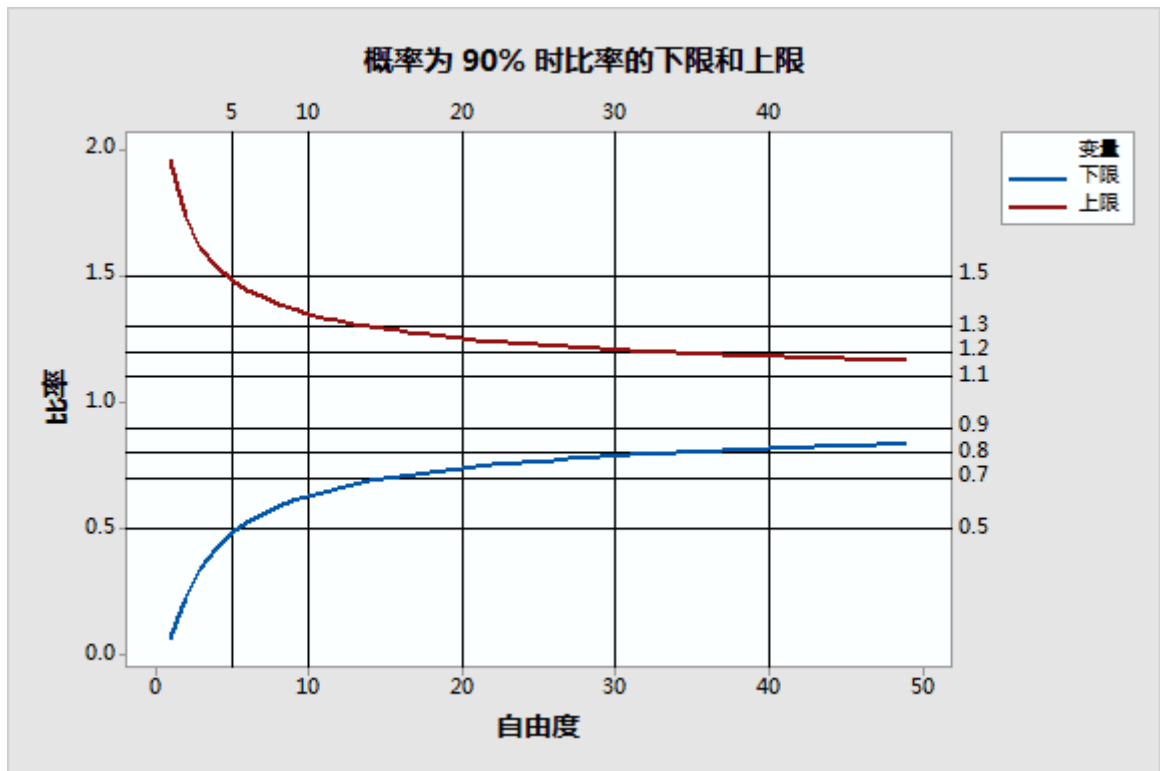


图 2 概率为 90%、自由度在 1 和 50 范围内的 $\frac{S}{\sigma_e}$ 的下限和上限

如图 2 中所示，当自由度小于 10 时，区间比 (0.63, 1.35) 宽。当自由度增大时，区间会变窄，如下面的表 7 中的值所示。

表 7 概率为 90% 的自由度及下限和上限

自由度	由下限和上限形成的区间
5	(0.48, 1.49)
10	(0.63, 1.35)
15	(0.70, 1.29)
20	(0.74, 1.25)
25	(0.76, 1.23)
30	(0.79, 1.21)
35	(0.80, 1.19)
40	(0.81, 1.18)

因此，概率为 90% 时，您需要的自由度约为 35，以使重复性标准差估计的误差率为 20%。再次提醒大家，自由度等于部件数 * 操作员数 * (仿行数 - 1)。因此，10 个部件、3 个操作员和 2 个仿行的常规推荐设置提供接近这一要求的自由度 (30)。为了以 90% 的概率获得 10% 的误差率，需要的自由度约为 135 (参见图 1)。

© 2015, 2017 Minitab Inc. All rights reserved.

Minitab®, Quality. Analysis. Results.® and the Minitab® logo are all registered trademarks of Minitab, Inc., in the United States and other countries. See minitab.com/legal/trademarks for more information.