

WHITE PAPER SOBRE O ASSISTENTE DO MINITAB

Este artigo é parte de uma série de artigos que explicam a pesquisa conduzida pelos estatísticos do Minitab para desenvolver os métodos e verificações de dados usados no Assistente no Minitab Statistical Software.

Capacidade binominal e capacidade de Poisson

Visão geral

A análise de capacidade é usada para avaliar se um processo é capaz de produzir uma saída que atenda às necessidades do cliente. Quando não é possível representar a qualidade de um produto ou serviço com dados contínuos, dados de atributo são frequentemente coletados para avaliar a sua qualidade. O Assistente do Minitab inclui duas análises para examinar a capacidade de um processo com os dados de atributo:

- **Capacidade Binomial:** esta análise é usada quando um produto ou serviço é caracterizado como defeituoso ou não defeituoso. A capacidade binomial avalia a probabilidade (p) de que um item selecionado a partir de um processo seja defeituoso. Os dados coletados são o número de itens defeituosos em subgrupos individuais, o qual se supõe que segue uma distribuição binomial com parâmetro p .
- **Capacidade de Poisson:** esta análise é usada quando um produto ou serviço pode ter vários defeitos e o número de defeitos em cada item é contado. A capacidade de Poisson avalia o número de defeitos por unidade. Os dados coletados são o número total de defeitos em k unidades contidas nos subgrupos individuais, qual supõe-se que siga uma distribuição de Poisson, com um número médio de defeitos por unidade (u) desconhecido.

Para estimar adequadamente a capacidade do processo atual e de prever de forma confiável a capacidade futura do processo, os dados relativos a estas análises deve ser provenientes de um processo estável (Bothe, 1991; Kotz e Johnson, 2002). Além disso, deve haver subgrupos suficientes coletados ao longo do tempo para garantir que as estimativas de capacidade representam a capacidade do processo durante um longo período de tempo. Mesmo que um processo esteja sob controle, pode passar por alterações na entrada e ambientais ao longo do tempo. Portanto, o uso de um número adequado de subgrupos pode possibilitar que você capture as diferentes fontes de variação ao longo do tempo (Bothe, 1997; AIAG, 1995). Finalmente, deve haver dados suficientes para garantir que as

estatísticas de capacidade tenham boa precisão, como indicado pela largura do intervalo de confiança para a medida de capacidade chave relatada por ambas as análises.

Com base nesses requisitos, o Cartão de Relatório do Assistente executa automaticamente as seguintes verificações em seus dados:

- Estabilidade do processo
 - Testes para causas especiais
 - Tamanho do subgrupo
- Número de subgrupos
- Variação esperada
- Quantidade de dados

Neste artigo, investigamos como esses requisitos se relacionam com a análise de capacidade na prática e descrevemos como estabelecemos as diretrizes para verificar estes requisitos no Assistente.

Também explicamos as cartas P e U de Laney que são recomendadas quando a variação observada nos dados não corresponde à variação esperada e o Minitab detecta superdispersão ou subdispersão.

Observação As análises de capacidade binomial e de Poisson incluem as cartas de controle de atributos P e U, respectivamente, para verificar a estabilidade do processo. Estas duas cartas dependem de hipóteses adicionais que não podem ser verificadas ou são difíceis de verificar. Veja o Anexo A para obter detalhes.

Verificações dos dados

Estabilidade (Parte I) – Teste para causas especiais

Para estimar a capacidade do processo com precisão, os dados devem ser provenientes de um processo estável. Você deve verificar a estabilidade de seu processo antes de avaliar sua capacidade. Se o processo não for estável, você deve identificar e eliminar as causas da instabilidade.

Os gráficos P e U são as cartas de controle de atributos mais amplamente utilizadas para avaliar a estabilidade de um processo. A carta P traça a proporção de itens defeituosos por subgrupo e é usada com dados que seguem uma distribuição binomial. A carta U representa graficamente o número de defeitos por unidade e é utilizada com dados que seguem uma distribuição de Poisson. Quatro testes podem ser realizados nestes gráficos para avaliar a estabilidade do processo. O uso simultâneo destes testes aumenta a sensibilidade da carta de controle. Entretanto, é importante determinar a finalidade e o valor agregado de cada teste porque a taxa de alarmes falsos aumenta quanto mais testes forem adicionados à carta de controle.

Objetivo

Nós desejávamos determinar qual dos quatro testes para estabilidade deveria ser incluído com as cartas de controle de atributo no Assistente. Nosso primeiro objetivo era identificar os testes que aumentaram significativamente a sensibilidade para as condições fora de controle sem elevar significativamente a taxa de alarmes falsos. Nosso segundo objetivo era garantir a simplicidade e praticidade das cartas.

Método

Os quatro testes para estabilidade para as cartas de atributos correspondem aos testes 1 a 4 para causas específicas para cartas de controle para variáveis. Com um tamanho de subgrupo adequado, a proporção de itens com defeito (carta P) ou o número de defeitos por unidade (carta U) seguem uma distribuição normal. Como resultado, as simulações para as cartas de controle para variáveis que também são baseadas na distribuição normal produzirão resultados idênticos para os testes de sensibilidade e taxa de alarmes falsos. Portanto, nós usamos os resultados de uma simulação e uma revisão da literatura realizada para cartas de controle para variáveis a fim de avaliar como os quatro testes para estabilidade afetam a sensibilidade e a taxa de alarmes falsos das cartas de atributos. Além disso, nós avaliamos a prevalência das causas específicas associadas ao teste. Para obter mais detalhes sobre o(s) método(s) usado(s) para cada teste, consulte a seção Resultados abaixo e o Anexo B.

Resultados

Dos quatro testes usados para avaliar a estabilidade nas cartas de atributos, nós descobrimos que os testes 1 e 2 são os mais úteis:

TESTE 1: IDENTIFICA PONTOS FORA DOS LIMITES DE CONTROLE

O teste 1 identifica pontos > 3 desvios padrão da linha central. O teste 1 é reconhecido universalmente como necessário para a detecção de situações fora de controle. Ele tem uma taxa de alarmes falsos de somente 0,27%.

TESTE 2: IDENTIFICA OS DESLOCAMENTO NA PROPORÇÃO DE ITENS COM DEFEITO (CARTA P) OU O NÚMERO MÉDIO DE DEFEITOS POR UNIDADE (CARTA U)

O teste 2 indica quando 9 pontos em sequência caem no mesmo lado da linha central. Realizamos uma simulação para determinar o número de subgrupos necessários para detectar um sinal de deslocamento na proporção de itens defeituosos (carta P) ou um deslocamento no número médio de defeituosos por unidade (cartas U). Nós descobrimos que a adição do teste 2 aumenta significativamente a sensibilidade da carta para detectar pequenos deslocamento na proporção de itens defeituosos ou na média do número de defeitos por unidade. Quanto o teste 1 e o teste 2 são usados juntos, é necessário um número significativamente menor de subgrupos para detectar um deslocamento pequeno em comparação com o teste 1 usado sozinho. Portanto, adicionar o teste 2 ajuda a detectar situações fora de controle e aumenta a sensibilidade o suficiente para garantir um pequeno aumento na taxa de alarmes falsos.

Testes não incluídos no Assistente

TESTE 3: K PONTOS EM SEQUÊNCIA, TODOS CRESCENTES OU DECRESCENTES

O teste 3 foi projetado para detectar deslocamentos na proporção de itens defeituosos ou no número médio de defeitos por unidade (Davis e Woodall, 1988). Entretanto, quanto o teste 3 é usado além dos testes 1 e 2, não há um aumento significativo da sensibilidade na carta. Como nós já decidimos usar os testes 1 e 2 com base em nossos resultados de simulação, a inclusão do teste 3 não agregaria nenhum valor significativo à carta.

TESTE 4: K PONTOS EM SEQUÊNCIA, ALTERNANDO ACIMA E ABAIXO

Embora este padrão possa ocorrer na prática, recomendamos que você procure por tendências ou padrões incomuns em vez do teste para um padrão específico.

Estabilidade (Parte II) - Tamanho do subgrupo

Embora a carta P e a carta U monitorem a estabilidade do processo com dados de atributos, a distribuição normal é utilizada para aproximar a distribuição da proporção de itens defeituosos (\hat{p}) na carta de P e a distribuição do número de defeitos por unidade (\hat{u}) na carta U. Conforme o tamanho do subgrupo aumenta, a exatidão desta aproximação é melhorada. Como os critérios para os testes usados em cada carta de controle são baseados na distribuição normal, aumentar o tamanho do subgrupo para obter uma aproximação normal melhora a capacidade da carta para identificar com precisão situações fora de controle e reduzir a taxa de alarmes falsos. Quando a proporção de itens defeituosos ou o número de

defeitos por unidade for baixo, serão necessários subgrupos maiores para garantir resultados precisos.

Objetivo

Investigamos o tamanho de subgrupo necessário para garantir que a aproximação normal seja adequada o suficiente para obter resultados precisos para a carta P e carta U.

Método

Nós executamos simulações para avaliar as taxas de alarmes falsos para vários tamanhos de subgrupo e para várias proporções (p) para a carta P e para vários números médios de defeitos por subgrupo (c) para a carta U. Para determinar se o tamanho do subgrupo foi grande o suficiente para obter uma aproximação normal adequada e, portanto, uma taxa de alarmes falsos baixa o suficiente, nós comparamos os resultados com a taxa de alarmes falsos esperadas sob a suposição normal (0,27% para o teste 1 e 0,39% para o teste 2). Consulte o Anexo C para obter mais detalhes.

Resultados

CARTA P




Nossa pesquisa mostrou que o tamanho de subgrupo necessário para a carta P depende da proporção de itens defeituosos (p). Quanto menor o valor de p , maior o tamanho do subgrupo (n) que é necessário. Quando o produto np é maior ou igual a 0,5, a taxa de alarmes falsos combinada para o teste 1 e teste 2 é abaixo de aproximadamente 2,5%. Entretanto, quando o produto np é menor do que 0,5, a taxa de alarmes falsos combinada para os testes 1 e 2 pode ser muito mais alta, alcançando níveis bem acima de 10%. Portanto, com base nestes critérios, o desempenho da carta P é adequado quando o valor de $np \geq 0,5$.

CARTA U




Nossa pesquisa mostrou que o tamanho de subgrupo necessário para a carta U depende do número de defeitos por subgrupo (c), que é igual ao tamanho do subgrupo (n) multiplicado pelo número de defeitos por unidade (u). O percentual de alarmes falsos é maior quando o número de defeitos c é pequeno. Quando $c = nu$ for maior ou igual a 0,5, a taxa de alarmes falsos combinados para o teste 1 e para o teste 2 estiver abaixo de aproximadamente 2,5%. Entretanto, para valores de c menores do que 0,5, a taxa de alarmes falsos combinada para os testes 1 e 2 pode ser muito maior, alcançando níveis bem acima de 10%. Portanto, com base nesse critério, o desempenho da carta U é adequado quando o valor de $c = nu \geq 0,5$.

Com base nos resultados acima dos testes para causas especiais (Parte I) e para o tamanho de subgrupo (Parte II), o Assistente de Cartão de Relatório exibe os indicadores de status a seguir ao verificar a estabilidade nas cartas de controle de atributo que são usadas nas capacidades binomial e de Poisson:

Carta P – Capacidade binomial

Status	Condição
	Nenhuma falha no teste 1 ou no teste 2 na carta. e $n_i \bar{p} \geq 0,5$ para todos os i em que n_i = o tamanho do subgrupo para o i° subgrupo \bar{p} = proporção média de itens defeituosos
	Os testes 1 e 2 revelam um ou mais pontos fora de controle que podem existir devido a causas especiais
	O subgrupo pode ser pequeno demais. $n_i \bar{p} < 0,5$ para pelo menos um i

Carta U - Capacidade de Poisson

Status	Condição
	Nenhuma falha no teste 1 ou no teste 2 na carta. e $n_i \bar{u} \geq 0,5$ para todos os i em que n_i = o tamanho do subgrupo para o i° subgrupo \bar{u} = número médio de defeitos por unidade
	Os testes 1 e 2 revelam um ou mais pontos fora de controle que podem existir devido a causas especiais
	O subgrupo pode ser pequeno demais. $n_i \bar{u} < 0,5$ para pelo menos um i

Número de subgrupos

Para garantir que as estimativas de capacidade reflitam com precisão todo o seu processo, você deve tentar capturar todas as prováveis fontes de variação em seu processo ao longo do tempo. Se você aumentar o número de subgrupos coletados, é provável que aumente a chance de estar capturando as diferentes fontes de variação. Coletar um número adequado de subgrupos também ajuda a melhorar a precisão dos limites das cartas de controle que são usados para avaliar a estabilidade de seu processo. No entanto, a coleta de mais subgrupos requer mais tempo e recursos; por conseguinte, é importante saber como o número de subgrupos afeta a confiabilidade das estimativas de capacidade.

Objetivo

Nós investigamos quantos subgrupos são necessários para representar adequadamente o processo e fornecer uma estimativa confiável da capacidade do processo.


Método

Revisamos a literatura para descobrir o número de subgrupos que geralmente é considerado adequado para estimar a capacidade do processo.

Resultados

De acordo com o manual do Controle Estatístico de Processo (CEP), o número de subgrupos coletados deve ser baseado em quanto tempo leva para os dados serem coletados, o que provavelmente refletirá nas diferentes fontes de variação no seu processo (AIAG, 1995). Ou seja, você deve coletar o maior número de subgrupos, conforme for necessário para representar adequadamente todo o seu processo. Em geral, para fornecer testes precisos de estabilidade e uma estimativa confiável do desempenho do processo, a AIAG (1995) recomenda que você colete pelo menos 25 subgrupos.

Com base nessas recomendações, o Assistente do Cartão de Relatório exibe o seguinte indicador de status ao verificar o número de subgrupos para a análise de capacidade binomial ou de Poisson:

Status	Condição
	<p>Número de subgrupos ≥ 25</p> <p>O número de subgrupos deve ser suficiente para capturar diferentes fontes de variação do processo quando coletados durante um período de tempo adequado.</p> <p>Número de subgrupos < 25</p> <p>Geralmente, devem ser coletados pelo menos 25 subgrupos durante um período de tempo adequado para capturar diferentes fontes de variação do processo.</p>

Variação esperada

As cartas P e cartas U tradicionais que são usadas para avaliar a estabilidade do processo antes de avaliar a sua capacidade presumem que a variação nos dados segue a distribuição binomial para defeituosos ou uma distribuição de Poisson para defeitos. As cartas também supõem que a taxa de defeituosos e defeitos permanece constante ao longo do tempo. Quando a variação nos dados for maior ou menor do que o esperado, seus dados podem apresentar superdispersão ou subdispersão e as cartas podem não desempenhar da forma esperada.

Superdispersão

A superdispersão existe quando a variação nos dados é maior do que o esperado. Normalmente, existe alguma variação na taxa de defeituosos ou de defeitos ao longo do tempo, causada por fatores de ruído externo que não são causas especiais. Na maioria das aplicações dessas cartas, a variação amostral das estatísticas de subgrupo é grande o

suficiente para que a variação na taxa subjacente de defeituosos e defeitos seja perceptível. Entretanto, conforme os tamanhos do subgrupo aumentam, a amostragem fica cada vez menor e, em determinado ponto, a variação na taxa de defeitos subjacente pode ficar maior do que a variação da amostragem. O resultado é uma carta com limites de controle extremamente estreitos e uma taxa de alarmes falsos muito alta.

Subdispersão

A subdispersão existe quando a variação em seus dados é menor do que a esperada. A subdispersão pode ocorrer quando subgrupos adjacentes estão correlacionados uns com os outros, o que também é conhecido como autocorrelação. Por exemplo, conforme uma ferramenta se desgasta, o número de defeitos pode aumentar. O aumento na contagem de defeitos entre os subgrupos pode tornar os subgrupos mais semelhantes do que seria por acaso. Quando os dados apresentam subdispersão, os limites de controle em uma carta P ou carta U tradicional pode ser muito largos. Se os limites de controle forem largos demais, a carta raramente vai sinalizar, o que significa que você pode ignorar a variação de causa especial e confundi-la com variação de causa comum.

Se a superdispersão ou subdispersão for severa o suficiente, o Minitab recomenda o uso de uma carta P ou U de Laney. Para obter mais informações, consulte as cartas P e U de Laney abaixo.

Objetivo

Nós desejávamos determinar um método para detectar a superdispersão e subdispersão nos dados.

Método

Realizamos uma pesquisa na literatura e encontramos vários métodos para detectar superdispersão e subdispersão. Selecionamos um método diagnóstico encontrado em Jones e Govindaraju (2001). Este método usa um gráfico de probabilidade para determinar a quantidade de variação esperada se os dados forem provenientes de uma distribuição binomial para dados defeituosos ou uma distribuição de Poisson para dados de defeitos. Depois disso, é feita uma comparação entre a quantidade de variação esperada e a quantidade de variação observada. Consulte o Anexo D para obter mais detalhes sobre o método de diagnóstico.

Como parte da busca por superdispersão, o Minitab também determina quantos pontos estão fora dos limites de controle nas cartas P e U tradicionais. Como o problema de superdispersão é uma alta taxa de alarmes falsos, se somente um pequeno percentual de pontos estiverem fora de controle, é pouco provável que a superdispersão seja um problema.

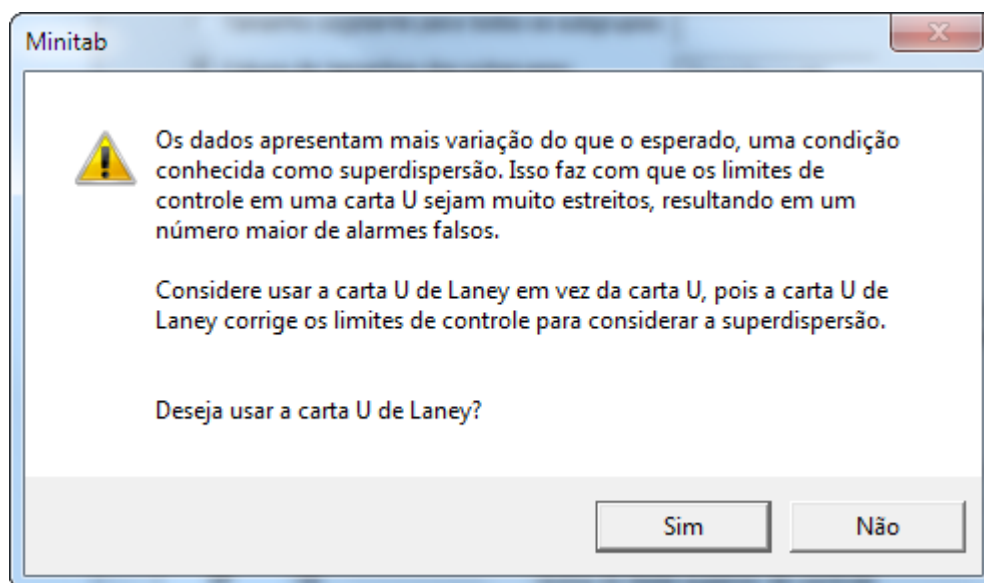
Resultados

O Minitab realiza a verificação de diagnóstico para superdispersão e subdispersão depois que o usuário selecionar OK na caixa de diálogo para a carta P ou U antes da carta ser exibida.

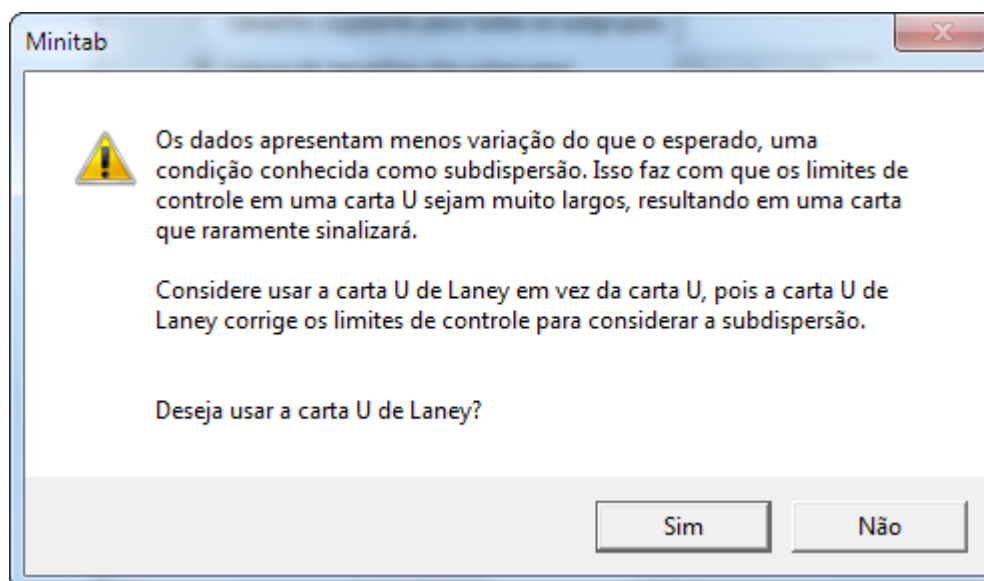
A superdispersão existe quando as condições a seguir são atendidas:

- A razão entre a variação observada e a variação esperada é maior do que 130%.
- Mais do que 2% dos pontos estão fora dos limites de controle.
- O número de pontos fora dos limites de controle é maior do que 1.

Se a superdispersão for detectada, o Minitab exibe uma mensagem que pergunta se o usuário deseja exibir a carta P ou U de Laney. Apresentamos abaixo a mensagem para a carta P:





A subdispersão existe quando a razão entre a variação observada e a variação esperada é inferior a 75%. Se subdispersão é detectada, o Minitab exibe uma mensagem que pergunta se o usuário deseja exibir uma carta P' ou U' de Laney. Apresentamos abaixo a mensagem para a carta P':



Se o usuário optar por usar a carta de Laney, o Minitab exibe as cartas de Laney no relatório de Diagnóstico. Se o usuário optar por não utilizar a carta de Laney, o Minitab exibe a carta tradicional e a carta de Laney no relatório Diagnóstico. Mostrar ambas as cartas permite que o usuário veja o efeito da superdispersão ou subdispersão na carta P ou U tradicional e determine se a carta de Laney é mais apropriada para seus dados.


Além disso, quando procurar por superdispersão ou subdispersão, o Cartão de Relatório do Assistente exibe os indicadores de status a seguir:

Status	Condição
	<p>Razão da dispersão > 130%, menos de 2% dos pontos fora dos limites de controle ou número de pontos fora dos limites de controle = 1</p> <p>Razão da dispersão > 75% e <= 130%</p> <p>Razão da dispersão > 130%, mais do que 2% dos pontos fora dos limites de controle e número de pontos fora dos limites de controle > 1 e o usuário opta por usar a carta P' ou U' de Laney'</p> <p>Proporção da dispersão < 75% e o usuário opta por usar a carta P' ou U' de Laney</p> <p>Em que</p> <p>Proporção da dispersão = $100 * (\text{variação observada}) / (\text{variação esperada})$</p>
	<p>Proporção da dispersão > 130%, mais do que 2% dos pontos fora dos limites de controle e o número de pontos fora dos limites de controle > 1 e o usuário não optou por usar carta P' ou U' de Laney</p> <p>Proporção da dispersão < 75% e o usuário não optou por usar a carta P' ou U' de Laney</p>

Quantidade de dados

Os relatórios do Assistente para análise de capacidade binomial e de Poisson também incluem um intervalo de 95% de confiança para a porcentagem de itens defeituosos ou o número de defeitos por unidade, respectivamente. Este intervalo é calculado usando metodologia estatística padrão e não requer qualquer investigação especial ou simulações.

O Cartão do Relatório do Assistente mostra o indicador de status a seguir na verificação da quantidade de dados:

Status	Condição
	<p>Capacidade binomial</p> <p>O intervalo de 95% de confiança para o % de defeituosos é (a, b). Se este intervalo for muito grande para o sua aplicação, você poderá coletar mais dados para aumentar a precisão.</p> <p>Capacidade de Poisson</p> <p>O intervalo de 95% de confiança para o número de defeitos por unidade é (a, b). Se este intervalo for muito grande para a sua aplicação, você poderá coletar mais dados para aumentar a precisão.</p>

Cartas P' e U' de Laney

As cartas P e U tradicionais supõem que a variação nos dados segue a distribuição binomial para dados defeituosos ou uma distribuição de Poisson para dados de defeito. As cartas também supõem que a taxa de defeituosos e defeitos permanece constante ao longo do tempo. O Minitab realiza uma verificação para determinar se a variação nos dados é maior ou menor que o esperado, uma indicação de que os dados podem ter superdispersão ou subdispersão. Consulte a verificação de dados com Variação esperada acima.

Se a superdispersão ou subdispersão estiverem presentes nos dados, as cartas P e U tradicionais podem não apresentar o desempenho esperado. A superdispersão pode fazer com que os limites de controle sejam estreitos demais, resultando em uma taxa de alarmes falsos alta. A subdispersão pode fazer com que os limites de controle sejam largos demais, o que pode fazer com que você ignore a variação de causas especiais e confunda-a com uma variação de causas comuns.

Objetivo

Nosso objetivo era identificar uma alternativa para as cartas P e U quando for detectada a superdispersão ou subdispersão nos dados.

Método

Revisamos a literatura e determinamos que a melhor abordagem para lidar com a superdispersão e subdispersão são as cartas P' e U' de Laney (Laney, 2002). O método de Laney usa uma definição revisada da variação de causas comuns, que corrige os limites de controle que sejam estreitos demais (superdispersão) ou largos demais (subdispersão).

Nas cartas de Laney, a variação de causa comum inclui a variação de curto prazo dentro dos subgrupos, mas também inclui a variação de curto prazo média entre subgrupos consecutivos. A variação de causa comum para as cartas de Laney é calculada normalizando-se os dados e utilizando-se a amplitude móvel média de subgrupos adjacente (conhecida como Sigma Z nas cartas de Laney) para ajustar os limites de controle P ou U padrão. Incluir a variação entre subgrupos consecutivos ajuda a corrigir o efeito quando a variação nos dados entre os subgrupos é maior ou menor do que o esperado devido a flutuações na taxa de defeito subjacente ou a uma falta de aleatoriedade nos dados.

Depois que o Sigma Z é calculado, os dados são transformados de volta para as unidade originais. O uso das unidades originais dos dados é benéfico porque, se os tamanhos do subgrupo não forem iguais, os limites de controle poderão variar somente quando eles estiverem nas cartas P e U tradicionais. Para obter mais informações sobre as cartas P' e U' de Laney, consulte o Anexo E.

Resultados

O Minitab procura superdispersão ou subdispersão e, se uma das duas condições for detectada, o Minitab recomenda uma carta P' ou U'.

Referências

- AIAG (1995). *Statistical process control (SPC) reference manual*. Automotive Industry Action Group.
- Bischak, D.P., & Trietsch, D. (2007). The rate of false signals in \bar{X} control charts with estimated limits. *Journal of Quality Technology*, 39, 55–65.
- Bothe, D.R. (1997). *Measuring process capability: Techniques and calculations for quality and manufacturing engineers*. New York: McGraw-Hill.
- Bowerman, B.L., & O'Connell, R.T. (1979). *Forecasting and time series: An applied approach*. Belmont, CA: Duxbury Press.
- Chan, L. K., Hapuarachchi K. P., & Macpherson, B.D. (1988). Robustness of \bar{X} and R charts. *IEEE Transactions on Reliability*, 37, 117–123.
- Davis, R.B., & Woodall, W.H. (1988). Performance of the control chart trend rule under linear shift. *Journal of Quality Technology*, 20, 260–262.
- Laney, D. (2002). Improved Control Charts for Attributes. *Quality Engineering*, 14(4), 531-537.
- Montgomery, D.C. (2001). *Introduction to statistical quality control*, 4th edition. New York: John Wiley & Sons, Inc.
- Schilling, E.G., & Nelson, P.R. (1976). The effect of non-normality on the control limits of \bar{X} charts. *Journal of Quality Technology*, 8, 183–188.
- Trietsch, D. (1999). *Statistical quality control: A loss minimization approach*. Singapore: World Scientific Publishing Co.
- Wheeler, D.J. (2004). *Advanced topics in statistical process control. The power of Shewhart's charts*, 2nd edition. Knoxville, TN: SPC Press.
- Yourstone, S.A., & Zimmer, W.J. (1992). Non-normality and the design of control charts for averages. *Decision Sciences*, 23, 1099–1113.

Anexo A: Suposições adicionais para cartas de controle de atributos

A carta P e a carta U exibem suposições adicionais que não são avaliadas por verificações de dados:

Carta P	Carta U
<ul style="list-style-type: none">Os dados consistem em n itens distintos, com cada item classificado como defeituoso ou não defeituoso.A probabilidade de um item ser defeituoso é a mesma para cada item dentro de um subgrupo.A probabilidade de um item ser defeituoso não é afetada se o item precedente for ou não defeituoso.	<ul style="list-style-type: none">As contagens são contagens de eventos discretos.Os eventos discretos ocorrem dentro de algumas regiões finitas bem definidas de espaço, tempo ou produto.Os eventos ocorrem independentemente uns dos outros e a probabilidade de um evento é proporcional ao tamanho da área de oportunidade.

Para cada carta, as primeiras duas suposições são parte inerente do processo de coleta dos dados, os dados em si não podem ser usados para verificar se estas suposições são satisfeitas. A terceira suposição pode ser verificada somente com uma análise detalhada e avançada dos dados, que não é realizada pelo Assistente.

Anexo B: Estabilidade - Testes para causas especiais

Simulação B1: Como a adição do teste 2 ao teste 1 afeta a sensibilidade

O teste 1 detecta pontos fora de controle sinalizando quando um ponto é maior do que 3 desvios padrão da linha central. O teste 2 detecta deslocamentos na proporção de itens defeituosos ou o número de defeitos por unidade sinalizando quando 9 pontos em sequência caem no mesmo lado da linha central.

Para avaliar se a utilização do teste 2 com o teste 1 aumenta a sensibilidade das cartas de atributos, nós estabelecemos limites de controle com base em uma distribuição normal (p , $\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$) (p é a proporção de itens defeituosos e n é o tamanho do subgrupo) para a carta P e em uma distribuição normal (u , \sqrt{u}) (u é o número médio de defeitos por unidade) para a carta U. Nós deslocamos a locação (p ou u) de cada distribuição por um múltiplo do desvio padrão (SD) e, em seguida, registramos o número de subgrupos necessários para detectar um sinal para cada uma das 10.000 iterações. Os resultados são mostrados na Tabela 1.

Tabela 1 Número médio de subgrupos até a falha de um teste 1 (Teste 1), falha de um teste 2 (Teste 2) ou falha do teste 1 ou teste 2 (Teste 1 ou 2). O deslocamento é igual a um múltiplo do desvio padrão (SD).

Turno	Teste 1	Teste 2	Teste 1 ou 2
0,5 SD	154	84	57
1 SD	44	24	17
1,5 SD	15	13	9
2 SD	6	10	5

Como mostrado na tabela, quando ambos os testes são usados (coluna do teste 1 ou 2) são necessários, em média, 57 subgrupos para detectar um deslocamento de desvio padrão de 0,5 no local, em comparação com a média de 154 subgrupos necessários para detectar um deslocamento de 0,5 desvio-padrão quando o teste 1 é usado sozinho. Portanto, a utilização de ambos os testes aumenta significativamente a sensibilidade para detectar pequenos deslocamentos na proporção de itens defeituosos ou no número médio de defeitos por unidade. Entretanto, à medida que o tamanho do deslocamento aumenta, a adição do teste 2 não aumenta a sensibilidade de maneira muito significativa.

Anexo C: Estabilidade - Tamanho do subgrupo

O teorema central do limite afirma que a distribuição normal pode aproximar a distribuição da média de uma variável aleatória independente identicamente distribuída. Para a carta P, \hat{p} (proporção do subgrupo) é a média de uma variável aleatória de Bernoulli independente e identicamente distribuída. Para a carta U, \hat{u} (taxa de subgrupo) é uma variável aleatória de Poisson independente e identicamente distribuída. Portanto, a distribuição normal pode ser usada como uma aproximação em ambos os casos.

A precisão da aproximação melhora conforme o tamanho do subgrupo aumenta. A aproximação também melhora com uma proporção mais alta de itens defeituosos (carta P) ou um número mais alto de defeitos por unidade (carta U). Quando o tamanho do subgrupo for pequeno ou os valores de p (carta P) ou de u (carta U) forem pequenos, as distribuições para \hat{p} e \hat{u} são assimétricos à direita, o que aumenta a taxa de alarmes falsos. Portanto, nós podemos avaliar a precisão da aproximação normal observando a taxa de alarmes falsos, bem como podemos determinar o tamanho mínimo de subgrupo necessário para obter uma aproximação normal adequada.

Para fazer isso, realizamos simulações para avaliar as taxas de alarmes falsos para vários tamanhos de subgrupo para as cartas P e U e comparamos os resultados com a taxa de alarmes falsos esperada sob a suposição normal (0,27% para o teste 1 e 0,39% para o teste 2).

Simulação C1: Relação entre o tamanho do subgrupo, a proporção e a taxa de alarmes falsos da carta P

Utilizando um conjunto inicial de 10.000 subgrupos, nós estabelecemos os limites de controle para vários tamanhos de subgrupo (n) e as proporções (p). Nós também registramos o percentual de alarmes falsos para um adicional de 2.500 subgrupos. Depois disso, executamos 10.000 iterações e calculamos o percentual médio de alarmes falsos do teste 1 e do teste 2, conforme mostrado na Tabela 2.

Tabela 2 % de alarmes falsos devido ao teste 1, teste 2 (np) para vários tamanhos de subgrupo (n) e proporções (p)

Tamanho de subgrupo (n)	p				
	0,001	0,005	0,01	0,05	0,1
10	0,99, 87,37 (0,01)	4,89, 62,97 (0,05)	0,43, 40,14 (0,1)	1,15, 1,01 (0,5)	1,28, 0,42 (1)

Tamanho de subgrupo (n)	p				
	0,001	0,005	0,01	0,05	0,1
50	4,88, 63,00 (0,05)	2,61, 10,41 (0,25)	1,38, 1,10 (0,5)	0,32, 0,49 (2,5)	0,32, 0,36 (5)
100	0,47, 40,33 (0,10)	1,41, 1,12 (0,5)	1,84, 0,49 (1)	0,43, 0,36 (5)	0,20, 0,36 (10)
150	1,01, 25,72 (0,15)	0,71, 0,43 (0,75)	0,42, 0,58 (1,5)	0,36, 0,42 (7,5)	0,20, 0,36 (15)
200	1,74, 16,43 (0,2)	1,86, 0,50 (1,00)	0,43, 0,41 (2)	0,27, 0,36 (10)	0,34, 0,36 (20)
500	1,43, 1,12 (0,5)	0,42, 0,50 (2,5)	0,52, 0,37 (5)	0,32, 0,37 (25)	0,23, 0,36 (50)

Os resultados na Tabela 2 mostram que o percentual de alarmes falsos é geralmente o mais alto quando a proporção (p) é pequena, como 0,001 ou 0,005, ou quando o tamanho amostral for pequeno (n=10). Portanto, o percentual de alarmes falsos é o mais alto quando o valor do produto np é pequeno e o menor quando np for grande. Quando np for maior ou igual a 0,5, a taxa de alarmes falsos combinados para o teste 1 e para o teste 2 está abaixo de aproximadamente 2,5%. Entretanto, para valores de np menores do que 0,5, a taxa de alarmes falsos combinada para os teste 1 e 2 é muito mais alta, alcançando níveis bem acima de 10%. Portanto, com base nestes critérios, o desempenho da carta P é adequado quando o valor de np $\geq 0,5$. Dessa forma, o tamanho do subgrupo deve ser de pelo menos $\frac{0,5}{p}$.

Simulação C2: Relação entre o tamanho do subgrupo, número de defeitos por unidade e taxa de alarmes falsos da carta U

Utilizando um conjunto inicial de 10.000 subgrupos, nós estabelecemos os limites de controle para vários tamanhos de subgrupo (n) e número de defeitos por subgrupo (c). Nós também registramos o percentual de alarmes falsos para um adicional de 2.500 subgrupos. Depois disso, executamos 10.000 iterações e calculamos o percentual médio de alarmes falsos do teste 1 e do teste 2, conforme mostrado na Tabela 3.

Tabela 3 % de alarmes falsos devido ao teste 1, teste 2 para números variados de defeitos por subgrupo (c = nu)

c	0,1	0,3	0,5	0,7	1,0	3,0	5,0	10,0	30,0	50
% de alarmes falsos	0,47, 40,40	3,70, 6,67	1,44, 1,13	0,57, 0,39	0,36, 0,51	0,38, 0,40	0,54, 0,38	0,35, 0,37	0,29, 0,37	0,25, 0,37

Os resultados na Tabela 3 mostram que o percentual de alarmes falsos é o maior quando o produto do tamanho do subgrupo (n) multiplicado pelo número de defeitos por unidade (u), que é igual ao número de defeitos por subgrupo (c), é pequeno. Quando c for maior ou igual a 0,5, a taxa de alarmes falsos combinados para o teste 1 e para o teste 2 está abaixo de aproximadamente 2,5%. Entretanto, para valores de c menores do que 0,5, a taxa de alarmes falsos combinada para os teste 1 e 2 é muito mais alta, alcançando a níveis bem acima de 10%. Portanto, com base nesse critério, o desempenho da carta U é adequado quando o valor de $c = nu \geq 0,5$. Dessa forma, o tamanho do subgrupo deve ser de pelo menos $\frac{0,5}{\bar{u}}$.

Anexo D:

Superdispersão/Subdispersão

Seja d_i seja a contagem de defeituosos no subgrupo i , e n_i seja o tamanho do subgrupo.

Primeiramente, normalize a contagem de defeituosos. Para explicar os possíveis tamanhos diferentes de subgrupo, use as contagens de defeituosos ajustadas (d_{aj}):

d_{aj} = contagem de defeituosos ajustada para o subgrupo $i = \frac{d_i}{n_i}(\bar{n})$, em que

\bar{n} = tamanho de subgrupo médio

$$X_i = \sin^{-1} \sqrt{\frac{d_{aj} + 3/8}{\bar{n} + 0,75}}$$

As contagens normalizadas (X_i) terão um desvio padrão igual a $\frac{1}{\sqrt{4 * \bar{n}}}$. Isso significa que 2 desvios padrão são iguais a $\frac{1}{\sqrt{\bar{n}}}$.

Em seguida, gere um gráfico de probabilidade normal padrão usando as contagens normalizadas como dados. Uma linha de regressão é ajustada usando-se apenas os 50% pontos centrais do gráfico. Encontre os percentis 25° e 75° dos dados de contagem transformados e use todos os pares $X-Y \geq 25^\circ$ percentil e $\leq 75^\circ$ percentil. Esta linha é utilizada para obter os valores de contagem transformados preditos que correspondem aos valores de $Z - 1$ e $+1$. Os dados de "Y" nesta regressão são as pontuações normais das contagens transformadas e os dados de "X" são as contagens transformadas.

Calcule a variação observada da seguinte maneira:

Permita que $Y(-1)$ seja a contagem transformada prevista para $Z = -1$

Permita que $Y(+1)$ seja a contagem transformada prevista para $Z = +1$

Estimativa observada de 2 desvios padrão = $Y(+1) - Y(-1)$.

Calcule a variação esperada da seguinte maneira:

Estimativa esperada de 2 desvios padrão = $\frac{1}{\sqrt{\bar{n}}}$

Calcule a razão entre a variação observada e a esperada e converta para um percentual. Se o percentual for $> 130\%$, mais do que 2% dos pontos estiverem fora dos limites de controle, e o número de pontos fora dos limites de controle forem > 1 , existe evidência de superdispersão. Se o percentual for $< 75\%$, existe evidência de subdispersão.

Anexo E: Cartas P' e U' de Laney

O conceito por trás das cartas P' e U' de Laney existe para explicar casos em que a variação observada entre os subgrupos não corresponde à variação esperada se os dados do subgrupo forem provenientes de um processo aleatório com uma taxa constante de defeitos e defeituosos. As pequenas alterações na taxa subjacente dos defeitos e defeituosos ocorre normalmente em todos os processos. Quando os tamanhos de subgrupo forem relativamente pequenos, a variação na amostragem nos subgrupos será larga o suficiente para que essas pequenas alterações não sejam perceptíveis. Conforme os tamanhos de subgrupo aumentam, a variação na amostragem diminuem e as pequenas alterações na taxa subjacente de defeitos e defeituosos fica grande o suficiente para afetar adversamente as cartas P e U padrão aumentando a taxa de alarmes falsos. Alguns exemplos mostram taxas de alarmes falsos como altas, tão altas quanto 70%. Esta condição é conhecida como superdispersão.

Um método alternativo foi desenvolvido para corrigir este problema, que normaliza os valores de p ou u do subgrupo, e expressa graficamente os dados normalizados em uma carta I. A carta I usa um intervalo móvel dos valores normalizados para determinar seus limites de controle. Portanto, o método da carta I altera a definição de variação de causa comum adicionando a variação aos defeituosos ou à taxa de defeitos de um subgrupo para o subgrupo seguinte.

O método de Laney transforma os dados de volta para as unidades originais. A vantagem disso é que, se os subgrupos não forem todos do mesmo tamanho, os limites de controle não serão fixos, como eles são com o método da Carta I.

As cartas P' e U' combinam a nova definição de variação de causa comum com os limites de controle variáveis que seriam esperados a partir de tamanhos de subgrupo diferentes. Portanto, a principal suposição dessas cartas é que a definição de variação de causa comum é alterada — ela inclui a variação de curto prazo usual que está presente dentro dos subgrupos mais a variação de curto prazo média esperada entre subgrupos consecutivos.

Carta P' de Laney

Seja

X_i = número de defeituosos no subgrupo i

n_i = tamanho de subgrupo para o subgrupo i

p_i = proporção de defeituosos para o subgrupo i

$$\bar{p} = \frac{\sum X_i}{\sum n_i}$$

$$\sigma p_i = \sqrt{\frac{\bar{p} * (1 - \bar{p})}{n_i}}$$

Primeiramente, converta o p_i para os escores z

$$Z_i = \frac{p_i - \bar{p}}{\sigma p_i}$$

A seguir, um intervalo móvel com tamanho 2 é usado para avaliar a variação nos escores- z e calcular o Sigma Z ($\hat{\sigma}_z$).

$$\sigma_z = \frac{\overline{AM}}{1,128}$$

em que 1,128 é uma constante não viciada.

Transforme os dados de volta para a escala original:

$$p_i = \bar{p} + \sigma p_i * \sigma_z$$

Portanto, o desvio padrão de p_i é:

$$dp(p_i) = \sigma p_i * \sigma_z$$

Os limites de controle e a linha central são calculados como:

$$\text{Linha central} = \bar{p}$$

$$\text{LSC} = \bar{p} + 3 * dp(p_i)$$

$$\text{LIC} = \bar{p} - 3 * dp(p_i)$$

Carta U' de Laney

Seja

X_i = número de defeituosos no subgrupo i

n_i = tamanho de subgrupo para o subgrupo i

u_i = proporção de defeituosos para o subgrupo i

$$\bar{u} = \frac{\sum X_i}{\sum n_i}$$

$$\sigma u_i = \sqrt{\frac{\bar{u} * (1 - \bar{u})}{n_i}}$$

Primeiramente, converta o p_i para escores- z

$$Z_i = \frac{u_i - \bar{u}}{\sigma u_i}$$

A seguir, uma amplitude móvel com tamanho 2 é usada para avaliar a variação nos escores-z e calcular o Sigma Z ($\hat{\sigma}_z$).

$$\sigma_z = \frac{\overline{AM}}{1,128}$$

em que 1,128 é uma constante não viciada.

Transforme os dados de volta para a escala original:

$$u_i = \bar{u} + \sigma u * \sigma z$$

Portanto, o desvio padrão de p_i é:

$$dp(u_i) = \sigma u_i * \sigma z$$

Os limites de controle e a linha central são calculados como:

$$\text{Linha central} = \bar{u}$$

$$\text{LSC} = \bar{u} + 3 * dp(u_i)$$

$$\text{LIC} = \bar{u} - 3 * dp(u_i)$$