



# Gage R&R (교차) 연구

## 개요

측정 시스템 연구는 생산 공정을 올바르게 모니터링하고 개선하기 위해 거의 모든 유형의 제조 산업에서 수행됩니다. 일반적인 측정 시스템 연구에서는 Gage를 사용하여 여러 측정 시스템에 의해 선택된 부품에 대해 반복적인 측정치를 얻습니다. 이 같은 연구에서는 측정 시스템 변동을 구성하는 두 가지 구성 요소, 즉 반복성과 재현성이 자주 생성됩니다. 반복성은 같은 측정 시스템에서 Gage를 사용하여 같은 부품을 측정할 때의 변동을 나타냅니다. 재현성은 같은 부품을 여러 측정 시스템에서 측정할 때 발생하는 변동을 말합니다. 따라서 측정 시스템 연구는 종종 Gage 반복성 및 재현성 연구, 즉 Gage R&R 연구라고 합니다.

Gage 연구의 주된 목적은 데이터 변동이 측정 시스템에 기인하는 정도와 측정 시스템이 공정 성능을 평가할 수 있는지의 여부를 확인하는 것입니다. 측정 시스템 연구에 대한 자세한 내용은 MSA 설명서(2003), Montgomery & Runger(1993), 그리고 Burdick, Borror & Montgomery(2005)를 참조하십시오.

보조 도구의 Gage R&R (교차) 연구 명령은 일반적인 측정 시스템 연구에서 얻은 데이터를 분석하기 위해 고안되었습니다. 이 연구는 분산 분석 모형을 측정 데이터에 적용하는 가장 일반적인 방식을 채용하고 모형의 분산 성분을 사용하여 측정 시스템의 변동을 초래하는 다양한 원인을 추정합니다.

Gage R&R 연구를 위해 수집할 데이터의 양에 대한 일반적인 기준치를 사용하면 분산 성분이 정확히 추정되지 않을 수 있습니다(Montgomery & Runger, 1993a, 1993b; Vardeman & VanValkenburg, 1999). Assistant에서는 부품 수와 측정 시스템 수가 특정 값보다 적어서 부품 간 및 측정 시스템 변동 추정치의 정밀도에 영향을 미칠 수 있는지 표시합니다. 당사는 정밀한 추정치를 얻기 위해 필요한 부품 및 측정 시스템과 반복실험의 수를 확인하기 위한 시뮬레이션을 실시했습니다.

시뮬레이션 결과와 널리 인정되는 측정 시스템 분석 방법을 사용하여 다음과 같은 Gage R&R (교차) 연구 데이터 검사 방법을 개발했습니다. Assistant에서는 해당 데이터 검사를 자동으로 수행하고 결과를 보고서 카드에 보고합니다.

- 데이터의 양
  - 공정 변동
  - 측정 변동

본 문서에서는 이 같은 데이터 검사가 측정 시스템 분석과 실제로 어떤 관계가 있는지 조사하고 각 데이터 검사에 대한 기준치를 정한 방법에 대해 설명합니다.

# 데이터 검사

## 데이터의 양

일반적으로, Gage R&R 연구에 대한 가이드라인에서는 부품 10개, 측정 시스템 2-3개, 그리고 2-3개 반복실험을 사용할 것을 권장합니다(AIAG, 2003; Raffaldi & Ramsier, 2000; Tsai, 1988). 그러나 권장 표본 크기는 부품 간 변동을 높은 정밀도로 추정하기에 충분하지 않으며, 그러므로 특정 Gage를 사용할 것인지 판단할 때 좋은 기준이 되지 못할 수 있습니다(Montgomery & Runger, 1993a, 1993b; Vardeman & VanValkenburg, 1999).

적절한 데이터의 양에 대한 기준치를 정하기 위해, 당사는 부품 간 변동의 추정치를 다양한 정밀도 수준으로 얻기 위해 평가해야 하는 부품의 수에 초점을 맞췄습니다. 측정 변동에 대한 정밀한 추정치를 얻으려면 얼마나 많은 측정 시스템을 사용해야 하는 지도 평가했습니다. 마지막으로, Gage 반복성 추정치를 다양한 정밀도로 얻기 위해 필요한 관측치의 수를 조사했습니다.

## 부품 간 변동을 다양한 정밀도 수준으로 추정하기 위한 부품 수

### 목적

당사는 부품 간 변동의 추정치를 다양한 정밀도 수준으로 얻기 위해 평가해야 하는 부품의 수를 파악하고자 했습니다.

### 방법

표본 5,000개를 사용하여 시뮬레이션 연구를 실시했습니다. 모든 표본에 대해 부품의 표준 편차를 추정하고, 추정된 표준 편차와 실제 표준 편차의 비율을 계산했습니다. 비율을 오름차순으로 정렬하고 125번째 및 4875번째 비율을 사용하여 95% 신뢰 구간을 정의했습니다. 250번째 및 4750번째 비율은 90% 신뢰 구간을 정의합니다. 이 두 가지 신뢰 구간을 사용하여, 부품 간 변동을 다양한 정밀도 수준으로 추정하기 위해 필요한 부품의 수를 파악했습니다.

### 결과

시뮬레이션 연구를 토대로 다음과 같은 결론에 도달했습니다.

- 부품 10개, 측정 시스템 3개 및 반복실험 2개를 사용할 때 실제 표준 편차에 대한 90% 신뢰 구간은 약 (0.61, 1.37)이고 오차 한계는 35-40%입니다. 95% 신뢰 수준에서 구간은 약 (0.55, 1.45)고 오차 한계는 45%입니다. 그러므로 부품 10개로는 부품 간 변동 성분에 대한 정밀한 추정치를 얻는 데 충분하지 않습니다.
- 부품 간 변동을 90% 신뢰도에서 실제 값의 20% 이내로 추정하기 위해 필요한 부품의 수는 약 35개입니다.
- 부품 간 변동을 90% 신뢰도에서 실제 값의 10% 이내로 추정하기 위해 필요한 부품의 수는 약 135개입니다.

또한 위의 결과가 허용 가능, 경계 및 허용 불가 Gage에 해당됨을 확인했습니다.

시뮬레이션 및 그 결과에 대한 자세한 설명은 부록 A를 참조하십시오.

## 부품 간 변동을 다양한 정밀도 수준으로 추정하기 위한 측정 시스템 수

### 목적

당사는 부품 간 변동의 추정치를 다양한 정밀도 수준으로 얻기 위해 부품을 평가해야 하는 측정 시스템의 수를 파악하고자 했습니다.

### 방법

부품의 표준 편차와 측정 시스템의 표준 편차는 모두 분산 분석 모형을 사용하여 추정됩니다. 그러므로 시뮬레이션에서 부품 간 변동을 추정하기 위해 사용된 방법은 측정 시스템 간 변동을 추정하기 위해 필요한 측정 시스템 수에도 적용됩니다.

### 결과

측정 시스템 2-3개는 재현성에 대한 정밀한 추정치를 얻기에 충분하지 않습니다. 그러나 많은 상황에서 그렇듯이 이 문제는 부품 간 변동의 크기가 측정 시스템 간 변동보다 훨씬 클 경우 중요성이 떨어집니다.

시뮬레이션 및 그 결과에 대한 자세한 설명은 부록 A를 참조하십시오.

## 반복성을 다양한 정밀도 수준으로 추정하기 위해 필요한 관측치의 수

### 목적

관측치의 수가 반복성 추정치에 어떤 영향을 미치고 부품 10개, 측정 시스템 3개 및 반복실험 2개로 반복성의 변동에 대한 합당한 수준의 정밀한 추정치를 얻을 수 있는지 확인하고자 했습니다.

### 방법

추정된 반복성의 표준 편차와 실제 값의 비율은 카이 제곱 분포를 따릅니다. 반복성에 대한 합당한 수준의 정밀한 추정치를 얻기 위해 필요한 관측치의 수를 파악할 수 있도록 90% 확률과 연관된 비율의 하한 및 상한을 계산하고 결과를 그래프로 표시했습니다.

### 결과

일반적인 Gage 연구(예: 부품 수 = 10, 측정 시스템 수 = 3 및 반복실험 수 = 2)에서 오차 자유도는 30이며, 이를 통해 반복성을 약 90% 신뢰도로 실제 값의 20% 이내에서 추정할 수 있습니다. 일반적인 설정에서 반복성에 대한 추정치의 정밀도는 합당한 수준입니다. 자세한 내용은 부록 B를 참조하십시오.


## 전체적인 결과

당사 연구에서는 Gage 연구에서 사용되는 일반적인 설정이 부품 간 변동 및 재현성 변동에 대한 정밀한 추정치를 제공하는 데 충분하지 않으며, 이는 Gage 변동과 총 공정 변동의 비율과 궁극적으로는 Gage의 사용 가능 여부에 대한 결정을 내리는 데 영향을 미친다는 사실이 분명히 나타났습니다. 일반적으로, 부품 간 변동이 재현성 변동보다 더 크므로 전자의 정밀도가 Gage 허용 여부에 더 큰 영향을 미칩니다. 그러나 부품을 35개 이상 선택하고 이를 여러 측정 시스템에서 2번씩 측정하도록 하는 것이 현실적으로 불가능한 경우가 많습니다.

실제로 사용되는 일반적인 Gage R&R 설정과 시뮬레이션 결과를 고려하여, 보조 도구에서는 사용자에게 분산 성분에 대한 정밀한 추정치를 얻기 위해 다음 방법을 사용할 것을 장려합니다.

1. 대화 상자에서 사용자가 큰 과거 데이터 세트에서 얻은 공정 변동의 추정치를 입력할 수 있는 옵션을 제공합니다. 대부분의 경우, 큰 과거 데이터 세트를 사용하여 얻은 추정치가 표본 데이터를 사용하여 얻은 추정치보다 더 정밀합니다.
2. 과거 추정치를 사용할 수 없고 부품 수가 적으면 더 정밀한 추정치를 얻기 위해 부품을 10개 이상 선택할 것을 사용자에게 알리는 메시지를 표시합니다.

데이터의 양을 기준으로, 보조 도구의 보고서 카드는 공정 변동과 측정 변동에 대한 정보를 표시합니다. 예를 들어 부품 10개와 측정 시스템 3개를 사용하고 과거 표준 편차를 지정할 경우에는 보고서 카드에 다음과 같은 데이터 검사 정보가 표시됩니다.

상태	조건
	<p>측정 시스템이 공정 성능을 평가할 수 있는지 확인하려면 공정 변동 및 측정 변동의 좋은 추정치가 필요합니다.</p> <p>공정 변동: 부품 간 및 측정 변동으로 구성됩니다. 큰 과거 데이터 표본 또는 연구 부품을 사용하여 추정 가능합니다. 과거 표준 편차를 입력했으므로, 두 추정치를 모두 사용할 수 있습니다. 두 추정치를 비교하여 얼마나 일치하는지 확인할 수 있습니다. 본 연구에 사용된 부품 수(10)는 일반적으로 요구되는 개수인 10개를 충족하지만, 과거 값을 사용하면 더 정확한 공정 변동 추정치가 얻어질 것입니다.</p> <p>측정 변동: 부품을 사용하여 추정되며, 반복성과 재현성으로 나뉩니다. 부품 수(10)와 측정 시스템 수(3)는 일반적으로 요구되는 수인 부품 10개와 측정 시스템 3개를 충족합니다. 이 수는 일반적으로 반복성을 추정하는 데 충분하지만, 재현성 추정치의 정밀도는 떨어집니다. 공정 재현성 비율(%)의 추정치가 크면 측정 시스템 간 차이를 조사하고 해당 차이가 다른 측정 시스템에도 확대 적용될 가능성이 큰지 파악하는 것이 좋습니다.</p>

아래에는 다양한 부품, 측정 시스템 및 반복실험 구성에 대한 메시지가 모두 나와 있습니다.

### 공정 변동

#### 과거 표준 편차(부품 < 10)

- 공정 변동: 부품 간 및 측정 변동으로 구성됩니다. 큰 과거 데이터 표본 또는 연구 부품을 사용하여 추정 가능합니다. 과거 표준 편차를 입력했으므로, 두 추정치를 모두 사용할 수 있습니다. 두 추정치를 비교하여 얼마나 일치하는지 확인할 수 있습니다. 본 연구에 사용된 부품 수는 작기 때문에 과거 값을 사용하면 더 정밀한 공정 변동 추정치가 얻어집니다.

#### 과거 표준 편차(부품 $\geq 10, \leq 15$ )

- 공정 변동: 부품 간 및 측정 변동으로 구성됩니다. 큰 과거 데이터 표본 또는 연구 부품을 사용하여 추정할 수 있습니다. 과거 표준 편차를 입력했으므로, 두 추정치를 모두 사용할 수 있습니다. 두 추정치를 비교하여 얼마나 일치하는지 확인할 수 있습니다. 본 연구에 사용된 부품 수는 일반적으로 요구되는 개수인 10개를 충족하지만 과거 값을 사용하면 더 정밀한 공정 변동 추정치가 얻어집니다.

#### 과거 표준 편차(부품 $> 15, < 35$ )

- 공정 변동: 부품 간 및 측정 변동으로 구성됩니다. 큰 과거 데이터 표본 또는 연구 부품을 사용하여 추정할 수 있습니다. 과거 표준 편차를 입력했으므로 두 추정치를 모두 사용할 수 있습니다. 두 추정치를 비교하여 얼마나 일치하는지 확인할 수 있습니다. 본 연구에 사용된 부품 수는 일반적으로 요구되는 개수인 10개보다 훨씬 많습니다. 선택한 부품이 일반적인 공정 변동을 나타낼 경우, 이 공정 변동 추정치는 부품을 10개 사용할 때보다 훨씬 더 우수합니다.

#### 과거 표준 편차(부품 $\geq 35$ )

- 공정 변동: 부품 간 및 측정 변동으로 구성됩니다. 큰 과거 데이터 표본 또는 연구 부품을 사용하여 추정 가능합니다. 과거 표준 편차를 입력했으므로, 두 추정치를 모두 사용할 수 있습니다. 두 추정치를 비교하여 얼마나 일치하는지 확인할 수 있습니다. 본 연구에 사용된 부품 수는 일반적으로 요구되는 10개보다 훨씬 더 많습니다. 선택한 부품이 일반적인 공정 변동을 나타낼 경우, 이 공정 변동 추정치는 충분합니다.

#### 과거 표준 편차 없음(부품 $< 10$ )

- 공정 변동: 부품 간 및 측정 변동으로 구성됩니다. 큰 과거 데이터 표본 또는 연구 부품을 사용하여 추정 가능합니다. 연구 부품을 사용하여 추정치를 얻기로 했지만, 부품 수가 일반적으로 요구되는 10개보다 적습니다. 이 추정치의 정밀도는 충분하지 않을 수 있습니다. 선택한 부품이 일반적인 공정 변동을 나타내지 않을 경우, 과거 추정치를 입력하거나 부품을 더 많이 사용해 보십시오.

#### 과거 표준 편차 없음(부품 $\geq 10, \leq 15$ )

- 공정 변동: 부품 간 및 측정 변동으로 구성됩니다. 큰 과거 데이터 표본 또는 연구 부품을 사용하여 추정할 수 있습니다. 연구 부품을 사용하여 추정하기로 결정했습니다. 부품 수는 일반적으로 요구되는 개수인 10개를 충족하지만 추정치는 정밀하지 않을 수 있습니다. 선택한 부품이 일반적인 공정 변동을 나타내지 않을 경우, 과거 추정치를 입력하거나 더 많은 부품을 사용해 보십시오.

#### 과거 표준 편차 없음(부품 $> 15, < 35$ )

- 공정 변동: 부품 간 및 측정 변동으로 구성됩니다. 큰 과거 데이터 표본 또는 연구 부품을 사용하여 추정할 수 있습니다. 연구 부품을 사용하여 추정하기로 결정했습니다. 부품 수는 일반적으로 요구되는 수인 10개보다 훨씬 많습니다. 선택한 부품이 일반적인 공정 변동을 나타낼 경우, 이 공정 변동 추정치는 부품을 10개 사용할 때보다 훨씬 더 우수합니다.

#### 과거 표준 편차 없음(부품 $\geq 35$ )

- 공정 변동: 부품 간 및 측정 변동으로 구성됩니다. 큰 과거 데이터 표본 또는 연구 부품을 사용하여 추정할 수 있습니다. 연구 부품을 사용하여 추정하기로 결정했습니다. 부품 수는 일반적으로 요구되는 수인 10개보다 훨씬 많습니다. 선택한 부품이 일반적인 공정 변동을 나타낼 경우, 이 공정 변동 추정치는 충분합니다.

#### 측정 변동

##### 측정 시스템 $\leq 2$ 또는 부품 $< 10$

- 측정 변동: 부품을 사용하여 추정되며, 반복성과 재현성으로 나뉩니다. 부품 수와 측정 시스템 수는 일반적으로 요구되는 수치인 부품 10개와 측정 시스템 3개를 충족하지 않습니다. 측정 변동 추정치가 정확하지 않을 수 있습니다. 추정치는 정확한 결과가 아닌 일반적인 경향을 나타내는 수치로 간주해야 합니다.

##### 측정 시스템 $\geq 3$ 및 $\leq 5$ , 부품 $\geq 10$

- 측정 변동: 부품을 사용하여 추정되며, 반복성과 재현성으로 나뉩니다. 부품 수 또는 측정 시스템 수는 일반적으로 요구되는 수인 부품 10개와 측정 시스템 3개를 충족합니다. 이 수는 일반적으로 반복성을 추정하는 데 충분하지만, 재현성 추정치는 정밀도가 떨어집니다. 공정 재현성 비율(%)의 추정치가 클 경우, 측정 시스템 간 차이를 조사하고 해당 차이가 다른 측정 시스템에도 확대 적용될 가능성이 큰지 파악하는 것이 좋습니다.

##### 측정 시스템 $> 5$ , 부품 $\geq 10$

- 측정 변동: 부품을 사용하여 추정되며, 반복성과 재현성으로 나뉩니다. 부품 수 또는 측정 시스템 수는 일반적으로 요구되는 수인 부품 10개와 측정 시스템 3개를 충족하며, 일반적으로 반복성을 추정하는 데 충분합니다. 측정 시스템을 추가하면 반복성 추정치의 정밀도가 개선됩니다.

# 참고 문헌

Burdick, R.K., Borror, C. M. & Montgomery, D.C.(2005). *Design and analysis of gauge R&R studies: Making decisions with confidence intervals in random and mixed ANOVA models*. Philadelphia, PA: Society for Industrial Applied Mathematics (SIAM).

Automotive Industry Action Group (AIAG) (2003). *Measurement systems analysis (MSA) manual (3rd edition)*. Southfield, MI: Chrysler, Ford, General Motors Supplier Quality Requirements Task Force.

Montgomery, D.C. (2000). *Design and analysis of experiments*. New York, NY: Wiley.

Montgomery, D.C. & Runger, G.C. (1993 a). Gage capability and designed experiments. Part I: Basic methods. *Quality Engineering*, 6 (1993/1994), 115 - 135.

Montgomery, D.C., & Runger, G.C. (1993 b). Gage capability analysis and designed experiments. Part II: Experimental design models and variance component estimation. *Quality Engineering*, 6 (1993/1994), 289-305.

Raffaldi, J. & Ramsier, S. (2000). 5 ways to verify your gages. *Quality Magazine*, 39 (3), 38-42.

Tsai, P. (1988). Variable gage repeatability and reproducibility study using the analysis of variance method. *Quality Engineering*, 1(1), 107-115.

Vardeman, S.B. & VanValkenburg, E.S. (1999). Two-way random-effects analyses and gage R&R studies. *Technometrics*, 41 (3), 202-211.



# 부록 A: 부품 수가 부품 간 변동에 미치는 영향 평가

부품 간 표준 편차의 신뢰 구간을 계산하는 정확한 공식이 없기 때문에 구간을 추정하기 위해 시뮬레이션을 실시했습니다. 시뮬레이션에서는 부품 수가 부품 간 변동 추정치의 정밀도에 영향을 미치는 방법에 초점을 맞추기 위해 부품의 표준 편차에 대한 추정 신뢰 구간과 부품의 실제 표준 편차의 비율을 조사했습니다. 부품 수가 증가할수록 구간은 점점 좁아집니다. 다음, 비율의 오차 한계가 10% 또는 20%가 되도록 하는 부품 수를 확인했습니다. 10% 오차 한계를 얻기 위한 구간은 (0.9, 1.1)이며, 20% 오차 한계의 경우 (0.8, 1.2)입니다.

## 시뮬레이션 설정

Gage R&R 연구에서는  $Y_{ijk}$ 로 표시되는  $j$ 번째 측정 시스템에 의한  $i$ 번째 부품의  $k$ 번째 측정이 다음 모형에 적합하다고 가정합니다.

$$Y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \gamma_{ij} + \varepsilon_{ijk}$$

설명

$i = 1, \dots, I, j = 1, \dots, J, k = 1, \dots, K$ , 그리고

$\alpha_i, \beta_j, \gamma_{ij}$  및  $\varepsilon_{ijk}$ 는 평균이 0이고 분산이  $\sigma_p^2, \sigma_o^2, \sigma_{op}^2$  및  $\sigma_e^2$ 인 독립 정규 분포를 따릅니다. 여기서  $\alpha_i, \beta_j, \gamma_{ij}$  및  $\varepsilon_{ijk}$ 는 부품, 측정 시스템, 부품 x 측정 시스템, 그리고 오차항을 나타냅니다.

$r$ 이 총 Gage 표준 편차와 총 공정 표준 편차의 비율이라고 하면 다음이 성립합니다.

$$r = \frac{\sqrt{\text{반복성 분산} + \text{재현성 분산}}}{\sqrt{\text{부품 분산} + \text{반복성 분산} + \text{재현성 분산}}} = \frac{\sqrt{\sigma_e^2 + \sigma_o^2 + \sigma_{po}^2}}{\sqrt{\sigma_p^2 + \sigma_e^2 + \sigma_o^2 + \sigma_{po}^2}}$$

일반적으로, 측정 시스템의 허용 가능 여부를 결정하는 데는 다음 규칙이 사용됩니다.

$r \leq 0.1$  (10%): 허용 가능

$0.1 < r \leq 0.3$ : 경계

$0.3 < r$ : 허용 불가

$r = 0.1$ (허용 가능),  $r = 0.25$ (경계) 및  $r = 0.35$ (허용 불가)를 선택하여 세 영역을 정의합니다. 시뮬레이션에서는 반복성 분산이 재현성 분산과 같다고 가정하므로, 다음이 성립합니다.

$$\frac{\sqrt{\sigma_e^2 + \sigma_e^2}}{\sqrt{\sigma_p^2 + 2\sigma_e^2}} = r \Rightarrow \sigma_p = \frac{\sqrt{(2-2r^2)}}{r} \sigma_e$$

$\sigma_e = 0.001$  과 1,  $\sigma_o^2 = \sigma_{po}^2 = 0.5\sigma_e^2$  및  $\sigma_p = \frac{\sqrt{(2-2r^2)}}{r} \sigma_e$ 를 사용하여 관측치를 생성하고, 측정 시스템 3개에서 각 부품을 두 번씩 측정한다고 가정하여 부품 수가 부품의 표준 편차에 어떤 영향을 미치는지 평가합니다.

각 부품 개수  $r$ 과  $\sigma_e$ 에 대해 다음과 같은 시뮬레이션 절차를 따랐습니다.

1. 위 모형을 사용하여 표본 5,000개를 생성합니다.
2. 부품 표준 편차를 추정하고, 추정된 표준 편차와 실제 표준 편차의 비율을 표본 5,000개에 대해 모두 계산합니다.
3. 비율 5,000개를 오름차순으로 정렬합니다. 정렬된 5,000개의 비율 중에 125번째 및 4875번째 비율은 95% 신뢰 수준에서 구간의 하한 및 상한을 나타내고, 250번째 및 4750번째 비율은 90% 신뢰 수준에서 구간의 하한과 상한을 나타냅니다.
4. 구간을 조사하여 오차 한계가 10% 또는 20%가 되도록 하는 부품 수를 확인합니다. 10% 오차 한계를 얻기 위한 구간은 (0.9, 1.1)이며, 20% 오차 한계의 경우 (0.8, 1.2)입니다.

## 시뮬레이션 결과

표 1-6에는 서로 다른 부품 수에 대해 각 신뢰 수준에서 얻어진 시뮬레이션 결과가 나와 있으며, 각 표는  $r$ 과  $\sigma_e$  값의 특정 조합에 해당됩니다. 일반적으로 이러한 결과는 다음을 나타냅니다.

- 부품 10개, 측정 시스템 3개 및 반복실험 2개를 사용할 때 90% 신뢰 구간과 실제 표준 편차의 비율은 약 (0.61, 1.37)이고 오차 한계는 35% - 40%입니다. 95% 신뢰 수준에서 구간은 약 (0.55, 1.45)고 오차 한계는 45%입니다. 그러므로 부품 10개는 부품 간 변동 성분에 대한 정밀한 추정치를 얻는 데 충분하지 않습니다.
- 부품 간 변동을 90% 신뢰도에서 실제 값의 20% 이내로 추정하기 위해 필요한 부품의 수는 약 35개입니다.
- 부품 간 변동을 90% 신뢰도에서 실제 값의 10% 이내로 추정하기 위해 필요한 부품의 수는 약 135개입니다.

이 결과 요약은  $r$ 과  $\sigma_e$ 의 특정 조합으로 한정되지 않습니다. 아래 표 1, 2, 3, 4, 5 및 6에는 위의 글머리 기호가 표시된 결과에 해당되는 행이 강조 표시되어 있습니다.

표 1 허용 가능 Gage( $r = 0.1$ ),  $\sigma_e = 0.001$ , 실제 부품 표준 편차 = 0.014071247

부품 수	부품 표준 편차/실제 부품 표준 편차에 대한 추정 신뢰 구간의 비율	
	95% 신뢰	90% 신뢰
3	(0.15295, 1.93755)	(0.22195, 1.73365)
5	(0.34415, 1.67035)	(0.41861, 1.53873)
10	(0.55003, 1.44244)	(0.60944, 1.36992)
15	(0.63295, 1.36927)	(0.68721, 1.30294)
20	(0.68532, 1.31187)	(0.7295, 1.25701)
25	(0.7123, 1.27621)	(0.75578, 1.23251)
30	(0.74135, 1.24229)	(0.77645, 1.20841)

	부품 표준 편차/실제 부품 표준 편차에 대한 추정 신뢰 구간의 비율	
부품 수	95% 신뢰	90% 신뢰
35	(0.76543, 1.23033)	(0.80066, 1.19706)
50	(0.79544, 1.20337)	(0.82636, 1.16595)
100	(0.85528, 1.13696)	(0.88063, 1.11635)
135	(0.87686, 1.12093)	(0.89448, 1.09760)
140	(0.88241, 1.11884)	(0.90130, 1.09974)

표 2 허용 가능 Gage( $r = 0.1$ ),  $\sigma_e = 1$ , 실제 부품 표준 편차 = 14.071247

	부품 표준 편차/실제 부품 표준 편차에 대한 추정 신뢰 구간의 비율	
부품 수	95% 신뢰	90% 신뢰
5	(0.34656, 1.68211)	(0.42315, 1.5588)
10	(0.55496, 1.45382)	(0.61319, 1.38233)
15	(0.63484, 1.36949)	(0.68767, 1.30505)
35	(0.76233, 1.23513)	(0.79749, 1.19623)
40	(0.77256, 1.21518)	(0.81224, 1.18121)
135	(0.88017, 1.12345)	(0.89883, 1.10249)
140	(0.88004, 1.11725)	(0.89787, 1.09713)
145	(0.88281, 1.11886)	(0.89966, 1.09583)
150	(0.88302, 1.11132)	(0.90096, 1.09296)

표 3 경계 Gage( $r = 0.25$ ),  $\sigma_e = 0.001$ , 실제 부품 표준 편차 = 005477225575

	부품 표준 편차/실제 부품 표준 편차에 대한 추정 신뢰 구간의 비율	
부품 수	95% 신뢰	90% 신뢰
30	(0.73879, 1.25294)	(0.77982, 1.21041)
35	(0.75881, 1.24383)	(0.79848, 1.20068)
40	(0.77281, 1.22813)	(0.80369, 1.18788)

	부품 표준 편차/실제 부품 표준 편차에 대한 추정 신뢰 구간의 비율	
부품 수	95% 신뢰	90% 신뢰
135	(0.87588, 1.1191)	(0.89556, 1.10093)
140	(0.87998, 1.12001)	(0.89917, 1.09717)
145	(0.881, 1.11812)	(0.89852, 1.09710)
150	(0.88373, 1.11563)	(0.90345, 1.09706)

표 4 경계 Gage( $r = 0.25$ ),  $\sigma_e = 1$ , 실제 부품 표준 편차 = 5.477225575

	부품 표준 편차/실제 부품 표준 편차에 대한 추정 신뢰 구간의 비율	
부품 수	95% 신뢰	90% 신뢰
30	(0.74292, 1.25306)	(0.78159, 1.20872)
35	(0.76441, 1.24391)	(0.79802, 1.20135)
40	(0.77525, 1.21339)	(0.80786, 1.17908)
135	(0.87501, 1.11711)	(0.89512, 1.09758)
140	(0.87934, 1.11756)	(0.89881, 1.09862)
145	(0.88308, 1.1153)	(0.90056, 1.09806)

표 5 허용 불가 Gage( $r = 0.35$ ),  $\sigma_e = 0.001$ , 실제 부품 표준 편차 = 0.00378504

	부품 표준 편차/실제 부품 표준 편차에 대한 추정 신뢰 구간의 비율	
부품 수	95% 신뢰	90% 신뢰
30	(0.74313, 1.25135)	(0.77427, 1.20568)
35	(0.75409, 1.24332)	(0.79444, 1.19855)
40	(0.76582, 1.22289)	(0.80599, 1.18615)
135	(0.87641, 1.12043)	(0.89507, 1.09820)
140	(0.87635, 1.11539)	(0.89651, 1.09368)
145	(0.88339, 1.11815)	(0.89772, 1.09591)

표 6 허용 불가 Gage(r = 0.35),  $\sigma_e = 1$ , 실제 부품 표준 편차 = 3.78504

부품 수	부품 표준 편차/실제 부품 표준 편차에 대한 추정 신뢰 구간의 비율	
	95% 신뢰	90% 신뢰
30	(0.7375, 1.261)	(0.77218, 1.21285)
35	(0.74987, 1.23085)	(0.79067, 1.1886)
40	(0.77187, 1.2227)	(0.80648, 1.18329)
135	(0.87572, 1.11877)	(0.89409, 1.09827)
140	(0.87798, 1.11634)	(0.8959, 1.09695)
145	(0.87998, 1.11513)	(0.89683, 1.09534)

### 측정 시스템 수

부품의 표준 편차와 측정 시스템의 표준 편차는 모두 분산 분석 모형을 사용하여 동일하게 추정됩니다. 그러므로 부품에 대한 시뮬레이션 결과는 재현성 변동에도 적용됩니다. 측정 시스템 2-3개는 재현성에 대한 정밀한 추정치를 얻기에 충분하지 않습니다. 그러나 많은 경우에 그렇듯이 부품 간 변동의 크기가 측정 시스템 변동보다 훨씬 더 클 경우 이 문제는 측정 시스템에 덜 중요합니다.

예를 들어 부품 간 표준 편차가 측정 시스템 표준 편차의 20배라고 가정합니다. 부품 표준 편차는 20이고, 측정 시스템 표준 편차는 1입니다. 반복성이 재현성과 같다고 가정하면, 측정 시스템 변동과 총 공정 변동의 실제 비율은 다음과 같습니다.

$$\sqrt{\frac{1 + 1}{400 + 1 + 1}} = 0.0705$$

이제 측정 시스템 표준 편차 추정 오차 한계가 40%로 높다고 가정합니다. 즉, 측정 시스템 표준 편차 추정치는 1.4일 수 있습니다. 그러므로 전체 측정 시스템의 비율은 다음과 같습니다.

$$\sqrt{\frac{1.4^2 + 1.4^2}{400 + 1.4^2 + 1.4^2}} = 0.0985$$

이 값은 0.10보다 작기 때문에 재현성 변동이 커도 10%가 컷오프 값일 경우 Gage의 허용 가능 여부에 영향을 미치지 않습니다.

측정 시스템 변동이 부품 변동과 거의 같으면 측정 시스템을 나타내고 Gage를 정확히 평가하기 위해 수많은 측정 시스템이 필요합니다.

# 부록 B: 반복성 추정

## 계산 설정

근사에 기초한 부품 간 표준 편차에 대한 신뢰 구간과 달리, 반복성 표준 편차 추정치와 그 실제 값의 비율은 카이 제곱 분포를 따릅니다. 그러므로 90% 확률과 연관된 비율의 상한 및 하한을 계산한 다음 부품 수, 측정 시스템 수 및 반복실험 수가 증가할 때 두 한계가 모두 어떻게 1에 근접하는지 평가할 수 있습니다.

부록 A에서 정의한 것과 동일한 표기를 사용하여 반복성 변동을 다음 식으로 추정합니다.

$$S^2 = \sum (Y_{ijk} - \bar{Y}_{ij.})^2 / IJ(K - 1)$$

그러면  $\frac{IJ(K-1)S^2}{\sigma_e^2}$ 은 자유도(df)가  $IJ(K-1)$ 인 카이 제곱 분포를 따릅니다. 여기서  $I$ 는 부품 수고,  $J$ 는 측정 시스템 수고,  $K$ 는 반복실험의 수입니다.

이 결과를 토대로, 표준 편차 추정치와 그 실제 값의 비율은 다음 확률 등식을 충족합니다.

$$\text{확률} \left( \sqrt{\frac{\chi_{df, \alpha/2}^2}{df}} \leq \frac{S}{\sigma_e} \leq \sqrt{\frac{\chi_{df, 1-(\alpha/2)}^2}{df}} \right) = 1 - \alpha$$

여기서,  $df = IJ(K-1) = \text{부품 수} * \text{측정 시스템 수} * (\text{반복실험 수} - 1)$ 입니다. 반복실험 수가 2면 자유도는 부품 수 곱하기 측정 시스템 수입니다.

이 공식을 사용하여 각각의 주어진 자유도 값에 대해 비율  $\frac{S}{\sigma_e}$ 의 하한 및 상한을 90% 확률에서 계산합니다. 다음, 추정 표준 편차가 실제 값의 10% 및 20% 이내가 되도록 하는 자유도를 확인합니다. 해당 구간은 오차 한계가 10%일 경우 (0.9, 1.1)이며, 오차 한계가 20%일 경우 (0.8, 1.2)입니다.

## 계산 결과

그림 1의 그래프에는 90% 확률에서 비율  $\frac{S}{\sigma_e}$ 의 상한 및 하한이 자유도에 대해 나와 있습니다. 자유도 범위는 1부터 200까지입니다.

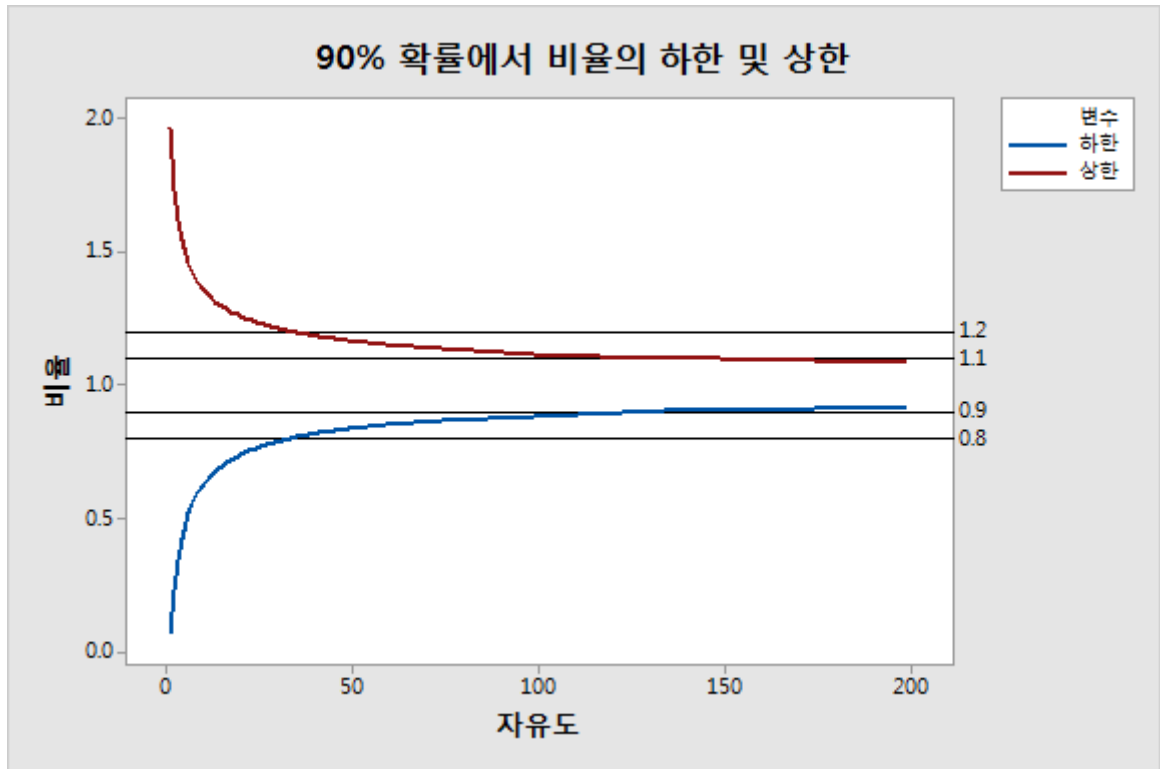


그림 1 자유도(1 - 200) 대비 90% 확률에서  $\frac{s}{\sigma_e}$  비율의 상한 및 하한

하한 및 상한에 의해 형성된 구간은 자유도가 높아질수록 점점 좁아집니다. 구간 너비는 자유도가 1에서 50까지 증가할 때 급격히 감소합니다. 이는 자유도가 1에서 50 사이일 때의 결과가 표시된 그림 2의 확대 그래프에서 더 분명하게 확인할 수 있습니다.

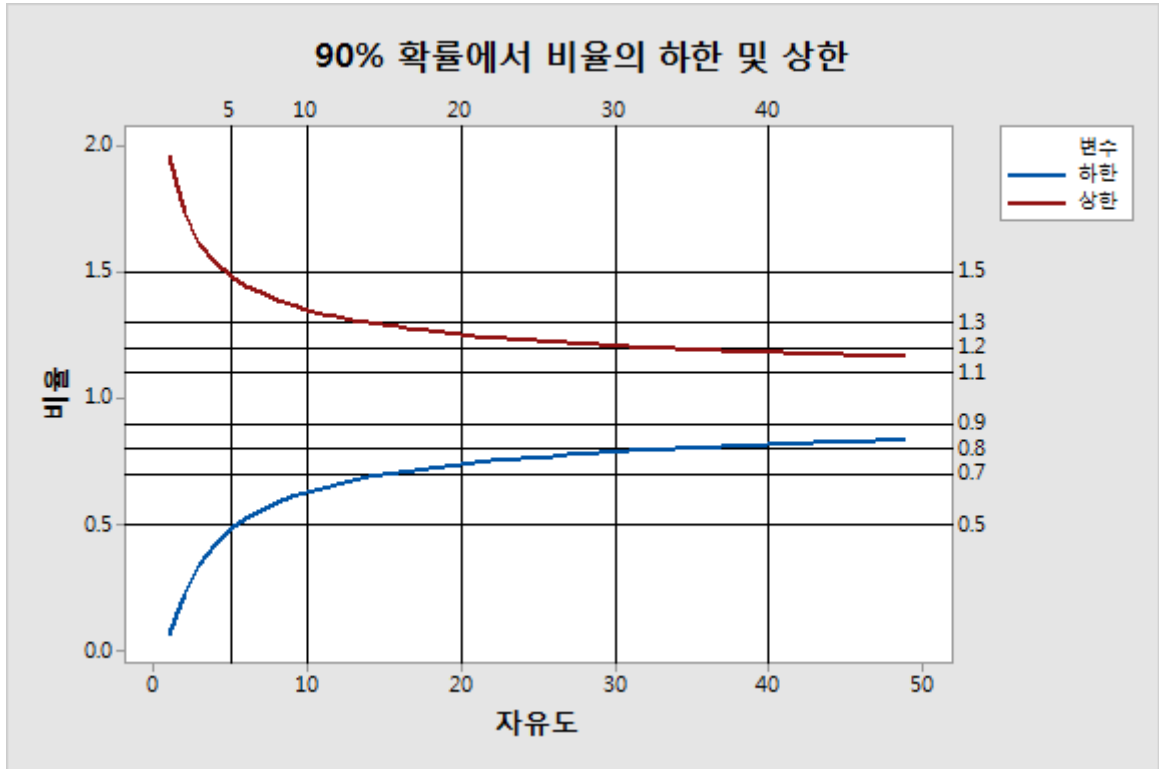


그림 2 자유도(1-50) 대비 90% 확률에서  $\frac{s}{\sigma_e}$ 의 상한 및 하한

그림 2에 나와 있는 것처럼 자유도가 10보다 작을 때 구간은 (0.63, 1.35)보다 넓습니다. 아래 표 7에 나와 있는 값에서 볼 수 있듯이, 자유도가 증가할수록 구간은 점점 좁아집니다.

표 7 자유도와 90% 확률에서의 상한 및 하한

자유도	하한 및 상한에 의해 형성된 구간
5	(0.48, 1.49)
10	(0.63, 1.35)
15	(0.70, 1.29)
20	(0.74, 1.25)
25	(0.76, 1.23)
30	(0.79, 1.21)
35	(0.80, 1.19)
40	(0.81, 1.18)

그러므로 90% 확률에서 반복성 표준 편차의 추정치에 대해 20%의 오차 한계를 얻으려면 약 35도의 자유도가 필요합니다. 자유도는 부품 수 \* 측정 시스템 수 \* (반복실험 수 - 1)과 같다는 점을 기억하십시오. 그러므로 일반적으로 권장되는 부품 10개, 측정 시스템 3개 및



반복실험 2개는 이 요구사항에 가까운 자유도(30)를 제공합니다. 90% 확률에서 10% 오차 한계를 얻으려면 약 135도의 자유도가 필요합니다(그림 1 참조).

© 2020 Minitab, LLC. All rights reserved. Minitab®, Minitab Workspace™, Companion by Minitab®, Salford Predictive Modeler®, SPM®, and the Minitab® logo are all registered trademarks of Minitab, LLC, in the United States and other countries. Additional trademarks of Minitab, LLC can be found at [www.minitab.com](http://www.minitab.com). All other marks referenced remain the property of their respective owners.