



# 이항 공정 능력 및 포아송 공정 능력

## 개요

공정 능력 분석은 공정이 고객 요구 사항을 충족하는 결과를 만들어낼 수 있는지 여부를 평가하기 위해 사용됩니다. 연속형 데이터를 사용하여 제품이나 서비스의 품질을 나타낼 수 없는 경우에는 종종 계수형 데이터를 수집하여 품질을 평가합니다. Minitab 보조 도구에는 계수형 데이터를 사용하여 공정의 공정 능력을 조사하기 위한 두 가지 분석 기능이 포함되어 있습니다.

- 이항 공정 능력: 이 분석은 제품 또는 서비스가 불량 또는 불량인 것으로 규정될 때 사용됩니다. 이항 공정 능력에서는 공정에서 선택된 항목이 불량일 확률( $p$ )을 평가합니다. 수집되는 데이터는 개별 부분군의 불량품의 수이며, 모수  $p$ 의 이항 분포를 따르는 것으로 가정합니다.
- 포아송 공정 능력: 이 분석은 제품 또는 서비스에 여러 개의 결점이 있을 수 있고 각 항목의 결점 수가 집계될 때 사용됩니다. 포아송 공정 능력은 단위당 결점 수를 평가합니다. 수집되는 데이터는 개별 부분군에 포함된  $k$  단위의 총 결점 수이며, 알려지지 않은 단위당 평균 결점 수( $u$ )의 포아송 분포를 따르는 것으로 가정합니다.

현재 공정의 공정 능력을 적절히 추정하고 앞으로 공정의 공정 능력을 신뢰성 있게 예측하기 위해서는 안정적인 공정에서 분석할 데이터를 가져와야 합니다(Bothe, 1991; Kotz and Johnson, 2002). 또한 공정 능력 추정치가 장기간의 공정 능력을 나타낼 수 있도록 장기간에 걸쳐 충분한 수의 부분군이 수집되어야 합니다. 공정이 관리 상태에 있더라도 시간이 지남에 따라 입력 및 환경에 변화가 있을 수 있습니다. 따라서 적절한 수의 부분군을 사용하여 시간이 지남에 따른 변동의 여러 원인을 보다 효과적으로 포착하는 것이 좋습니다(Bothe, 1997; AIAG, 1995). 마지막으로, 두 분석에 의해 보고되는 주요 공정 능력 측도에 대한 신뢰 구간의 너비가 나타내는 대로, 공정 능력 통계량이 적절한 정밀도를 유지할 수 있도록 충분한 데이터가 있어야 합니다.

이러한 요구 사항을 기반으로 보조 도구 보고서 카드에서는 데이터에 대해 다음과 같은 검사를 자동으로 수행합니다.

- 공정의 안정성
  - 특수 원인 검정
  - 부분군 크기
- 부분군 수
- 기대 변동
- 데이터의 양

이 백서에서는 이러한 요구 사항이 실제 공정 능력 분석과 어떤 관계가 있는지 조사하고 보조 도구에서 이러한 요구 사항을 확인하기 위해 어떤 지침을 설정했는지에 대해 설명합니다.

또한 데이터에서 관측된 변동이 기대 변동과 일치하지 않고 Minitab에서 과대산포 또는 과소산포를 탐지하는 경우 권장되는 Laney P' 및 U' 관리도에 대해서도 설명합니다.

참고 이항 및 포아송 공정 능력 분석에는 각각 공정 안정성을 검사하기 위한 P 및 U 계수형 관리도가 포함됩니다. 이 두 관리도는 확인할 수 없거나 확인하기 어려운 추가 가정을 따릅니다. 자세한 내용은 부록 A를 참조하십시오.

# 데이터 검사

## 안정성(1부): 특수 원인 검정

공정 능력을 정확히 추정하기 위해서는 안정적인 공정에서 데이터를 가져와야 합니다. 공정의 공정 능력을 평가하기 전에 공정의 안정성을 확인해야 합니다. 공정이 안정적이지 않은 경우 불안정성의 원인을 식별하여 제거해야 합니다.

P 관리도와 U 관리도는 공정의 안정성을 평가하기 위해 가장 널리 사용되는 계수형 관리도입니다. P 관리도는 부분군당 불량품의 비율을 그래프로 표시하며 이항 분포를 따르는 데이터에 사용됩니다. U 관리도는 단위당 결점 수를 그래프로 표시하며 포아송 분포를 따르는 데이터와 함께 사용됩니다. 이들 관리도에서는 공정의 안정성을 평가하기 위해 네 가지 검정이 수행됩니다. 이들 검정을 동시에 사용할 경우 관리도의 민감도가 증가합니다. 하지만, 관리도에 검정이 추가될수록 잘못된 경고 비율이 증가하기 때문에 각 검정의 목적 및 추가된 값을 확인하는 것이 중요합니다.

### 목적

Minitab에서는 네 가지 안정성 검정 중 보조 도구에 있는 계수형 관리도에 포함시킬 검정을 결정하고자 했습니다. 첫 번째 목표는 잘못된 경고 비율을 유의하게 증가시키지 않고 관리 이탈 조건에 대한 민감도를 유의하게 증가시키는 검정을 식별하는 것이었습니다. 두 번째 목표는 관리도의 단순성과 실용성을 보장하는 것이었습니다.

### 방법

계수형 관리도에 대한 네 가지 안정성 검정은 계량형 관리도의 특수 원인에 대한 검정 1-4에 해당합니다. 부분군 크기가 적절한 경우 불량품의 비율(P 관리도) 또는 단위당 결점 수(U 관리도)가 정규 분포를 따릅니다. 그 결과, 역시 정규 분포를 바탕으로 하는 계량형 관리도를 위한 시뮬레이션에서 검정의 민감도 및 잘못된 경고 비율에 대해 동일한 결과를 생성합니다. 따라서 Minitab에서는 네 가지 안정성 검정이 계수형 관리도의 민감도 및 잘못된 경고 비율에 어떤 영향을 미치는지 확인하기 위해 시뮬레이션을 수행하고 계량형 관리도에 대해 수행된 문헌을 검토했습니다. 또한 검정과 연관된 특수 원인의 출현율을 평가했습니다. 각 검정에 사용된 방법에 대한 자세한 내용은 아래 결과 항목과 부록 B를 참조하십시오.

### 결과

계수형 관리도의 안정성을 평가하기 위해 사용되는 네 가지 검정 중 검정 1과 2가 가장 유용하다는 것을 확인했습니다.

#### 검정 1: 관리 한계를 벗어난 점을 식별

검정 1은 중심선으로부터 3 표준 편차 밖에 있는 점들을 식별합니다. 검정 1은 보편적으로 관리 이탈 상황을 탐지하는 데 필요한 것으로 간주됩니다. 검정 1의 잘못된 경고 비율은 0.27%에 불과합니다.

검정 2: 불량품의 비율(P 관리도) 또는 단위당 평균 결점 수(U 관리도)의 이동을 식별합니다.

검정 2는 9개의 연속된 점이 중심선으로부터 같은 쪽에 있을 때 신호를 보냅니다. Minitab에서는 불량품의 비율(P 관리도) 또는 단위당 평균 결점 수(U 관리도)의 이동에 대한 신호를 탐지하는 데 필요한 부분군의 수를 결정하기 위해 시뮬레이션을 수행했습니다. Minitab은 검정 2를 추가하면 불량품의 비율(P 관리도) 또는 단위당 평균 결점 수(U 관리도)의 작은 이동을 탐지할 수 있는 관리도의 민감도가 유의하게 증가한다는 사실을 알았습니다. 검정 1과 검정 2를 함께 사용할 경우 검정 1만 사용할 경우에 비해 훨씬 더 적은 수의 부분군으로 작은 이동을 탐지할 수 있습니다. 따라서 검정 2를 추가하면 일반적인 관리 이탈 상황을 탐지하는 데 도움이 되며 약간의 잘못된 경고 비율 증가를 용인할 수 있을 만큼 민감도가 증가합니다.

## 보조 도구에 포함되지 않은 검정

검정 3: K개의 연속된 점이 모두 상승 또는 하락

검정 3은 불량품의 비율 또는 단위당 평균 결점 수에 서서히 일어나는 변화를 탐지하기 위해 만들어졌습니다(Davis and Woodall, 1988). 그러나 검정 1 및 검정 2 외에 검정 3을 사용해도 관리도의 민감도가 유의하게 증가하지 않습니다. 이미 시뮬레이션 결과를 기반으로 검정 1과 검정 2를 사용하기로 결정했기 때문에 검정 3을 포함시켜도 관리도가 훨씬 더 유용해지지는 않습니다.

검정 4: K개의 연속된 점이 교대로 상승 또는 하락

실제로 이 패턴이 발생할 수 있지만 특정한 하나의 패턴에 대한 검정 대신 비정상적인 추세나 패턴을 찾아보는 것이 좋습니다.

## 안정성(2부): 부분군 크기

P 관리도와 U 관리도가 계수형 데이터를 사용하여 공정의 안정성을 모니터링하지만, 불량품 비율( $p$ )의 분포(P 관리도) 및 단위당 결점 수( $\bar{u}$ )의 분포(U 관리도)는 정규분포에 근사합니다. 부분군 크기가 증가하면 이 근사의 정확도가 증가합니다. 각 관리도에 사용되는 검정의 기준이 정규 분포를 바탕으로 하기 때문에, 정규분포로 더 근사시키기 위해 부분군 크기를 늘리면 관리 이탈 상태를 정확하게 식별하는 관리도의 능력이 개선되고 잘못된 경고 비율이 감소합니다. 불량품의 비율 또는 단위당 결점 수가 낮은 경우 부분군의 크기가 커야 정확한 결과를 얻을 수 있습니다.

### 목적

Minitab에서는 정규 근사가 P 관리도 및 U 관리도에 대한 정확한 결과를 얻는데 필요한 부분군 크기를 조사했습니다.

### 방법

Minitab에서는 다양한 부분군 크기 및 P 관리도의 경우 다양한 비율( $p$ ), U 관리도의 경우 다양한 부분군당 평균 결점 수( $c$ )에 대한 잘못된 경고 비율을 평가하기 위해 시뮬레이션을 수행했습니다. 부분군 크기가 적절한 정규 근사, 즉 충분히 낮은 잘못된 경고 비율을 얻기에 충분히 큰지 여부를 확인하기 위해 정규 가정 하의 예상된 잘못된 경고 비율(검정 1의 경우 0.27%, 검정 2의 경우 0.39%)과 결과를 비교했습니다. 자세한 내용은 부록 C를 참조하십시오.

## 결과

### P 관리도




Minitab의 조사에 따르면 P 관리도의 경우 필요한 부분군 크기는 불량품의 비율(p)에 따라 다릅니다. p의 값이 작을수록 필요한 부분군 크기(n)가 더 커집니다. 곱 np가 0.5보다 크거나 같은 경우 검정 1과 검정 2에 대해 결합된 잘못된 경고 비율은 약 2.5% 미만입니다. 그러나 곱 np가 0.5보다 작은 경우 검정 1과 검정 2에 대해 결합된 잘못된 경고 비율이 훨씬 높아 10%를 초과하는 수준에 도달할 수 있습니다. 따라서 이 기준을 바탕으로 np의 값  $\geq 0.5$ 인 경우 P 관리도의 성능이 적절합니다.




### U 관리도

Minitab의 조사에 따르면 U 관리도의 경우 필요한 부분군 크기는 부분군당 결점 수(c), 즉 부분군 크기(n) 곱하기 단위당 결점 수(u)에 따라 다릅니다. 잘못된 경고의 비율은 결점 수 c가 작을 때 가장 높습니다.  $c = nu$ 가 0.5보다 크거나 같은 경우 검정 1과 검정 2에 대해 결합된 잘못된 경고 비율은 약 2.5% 미만입니다. 그러나 c 값이 0.5보다 작은 경우 검정 1과 검정 2에 대해 결합된 잘못된 경고 비율이 훨씬 높아 10%를 초과하는 수준에 도달할 수 있습니다. 그러므로, 이 기준을 바탕으로  $c = nu$ 의 값  $\geq 0.5$ 인 경우 U 관리도의 성능이 적절합니다.

이항 및 포아송 공정 능력에 사용되는 계수형 관리도에서 공정 능력을 확인하는 경우, 보조 도구 보고서 카드에는 특수 원인 검정(1부) 및 부분군 크기(2부)에 대한 검정의 결과를 바탕으로 다음과 같은 상태가 표시됩니다.

### P 관리도 - 이항 공정 능력

상태	조건
	관리도에 검정 1 또는 검정 2 실패가 없습니다. 그리고 $n_i \bar{p} \geq 0.5$ 모든 i에 대해 여기서 $n_i = i$ 번째 부분군의 부분군 크기 $\bar{p}$ = 불량품의 평균 비율
	검정 1 또는 검정 2는 특수 원인으로 인한 관리 이탈 상태에 있는 하나 이상의 점을 나타냅니다.
	부분군 크기가 너무 작을 수 있습니다. $n_i \bar{p} < 0.5$ 하나 이상의 i에 대해

상태	조건
	관리도에 검정 1 또는 검정 2 실패가 없습니다. 그리고 $n_i \bar{u} \geq 0.5$ 모든 $i$ 에 대해 여기서 $n_i$ = $i$ 번째 부분군의 부분군 크기 $\bar{u}$ = 단위당 평균 결점 수
	검정 1 또는 검정 2는 특수 원인으로 인한 관리 이탈 상태에 있는 하나 이상의 점을 나타냅니다.
	부분군 크기가 너무 작을 수 있습니다. $n_i \bar{u} < 0.5$ 하나 이상의 $i$ 에 대해

## 부분군 수

공정 능력 추정치가 전체 공정을 정확하게 반영하도록 하기 위해서는 시간이 지남에 따라 공정의 모든 가능한 변동 원인을 포착해야 합니다. 수집하는 부분군의 수를 늘릴 경우 여러 변동 원인을 포착할 확률이 증가합니다. 또한 적절한 수의 부분군을 수집하면 공정의 안정성을 평가하기 위해 사용되는 관리 한계의 정밀도를 개선하는 데도 도움이 됩니다. 그러나 더 많은 부분군을 수집하는 데는 더 많은 시간과 리소스가 필요하기 때문에 부분군의 수가 공정 능력 추정치의 신뢰도에 미치는 영향을 아는 것이 중요합니다.

### 목적

Minitab에서는 공정을 적절하게 나타내고 신뢰할 수 있는 공정 능력 추정치를 제공하는 데 필요한 부분군의 수를 조사했습니다.


### 방법

Minitab에서는 일반적으로 공정 능력을 추정하는 데 적절하다고 생각되는 부분군의 수를 파악하기 위해 문헌을 검토했습니다.

### 결과

통계적 공정 관리(SPC) 설명서에 따르면, 수집하는 부분군의 수는 공정의 여러 변동 원인을 반영할 수 있는 데이터를 수집하는 데 소요되는 시간을 바탕으로 해야 합니다(AIAG, 1995). 즉, 전체 공정을 적절히 나타내는데 필요한 수의 부분군을 수집해야 합니다. 일반적으로, 정확한 안정성 검정 및 신뢰할 수 있는 공정 성능 추정치를 제공하기 위해서는 25개 이상의 부분군을 수집하는 것이 좋습니다(AIAG, 1995).

이항 또는 포아송 공정 능력 분석을 위한 부분군의 수를 확인하는 경우, 보조 도구 보고서 카드에는 이러한 권장 사항을 바탕으로 다음과 같은 상태가 표시됩니다.

상태	조건
	<b>부분군 수 <math>\geq 25</math></b> 부분군의 수는 적절한 기간 동안 공정 변동의 여러 원인을 포착하기에 충분할 만큼 수집되어야 합니다.
	<b>부분군 수 <math>&lt; 25</math></b> 일반적으로 공정 변동의 여러 원인을 포착하기 위해서는 적절한 기간에 걸쳐 25개 이상의 부분군을 수집해야 합니다.

## 기대 변동

공정의 공정 능력을 평가하기 전에 공정의 안정성을 평가하기 위해 사용되는 전통적 P 관리도 및 U 관리도에서는 데이터의 변동이 불량품의 경우 이항 분포, 결점의 경우 포아송 분포를 따른다고 가정합니다. 관리도에서는 또한 불량품의 비율 또는 결점 수가 시간이 지남에 따라 일정하게 유지된다고 가정합니다. 데이터의 변동이 기대 변동보다 크거나 작은 경우 데이터에 과대산포나 과소산포가 있고 관리도가 예상대로 수행되지 않을 수도 있습니다.

### 과대산포

과대산포는 데이터의 변동이 기대 변동보다 큰 경우입니다. 일반적으로, 시간이 지남에 따라 불량품의 비율 또는 결점 수에 특수 원인이 아닌 외부 잡음 요인에 의해 야기되는 일부 변동이 존재합니다. 이들 관리도가 사용되는 대부분의 경우, 부분군 통계량의 표본 추출 변동이 기본 불량품의 비율 또는 결점 수의 변동을 인식할 수 없을 정도로 충분히 큼니다. 하지만, 부분군 크기가 증가함에 따라 표본 추출 변동이 점점 더 작아지고 특정 시점이 되면 기본 결점 비율의 변동이 표본 추출 변동보다 커질 수 있습니다. 그 결과 관리도의 관리 한계가 극히 좁아지고 잘못된 경고 비율이 매우 높아집니다.

### 과소산포

과소산포는 데이터의 변동이 기대 변동보다 작은 경우입니다. 과소산포는 인접한 부분군이 서로 상관되어 있을 때 발생할 수 있으며, 자기 상관으로도 알려져 있습니다. 예를 들어, 도구가 마모됨에 따라 결점의 수가 증가할 수도 있습니다. 부분군에 걸쳐 결점 수가 증가하면 부분군이 우연히 발생하는 경우보다 더 비슷해질 수 있습니다. 데이터가 과소산포를 보이는 경우 전통적 P 관리도 또는 U 관리도의 관리 한계가 너무 넓을 수도 있습니다. 관리 한계가 너무 넓으면 관리도가 거의 신호를 보내지 않습니다. 즉, 특수 원인 변동을 간과하고 일반 원인 변동으로 잘못 간주할 수 있습니다.

과대산포 또는 과소산포가 심한 경우에는 Laney P' 또는 U' 관리도를 사용하는 것이 좋습니다. 자세한 내용은 아래 Laney P' 및 U' 관리도를 참조하십시오.

## 목적

Minitab에서는 데이터에서 과대산포나 과소산포를 탐지할 수 있는 방법을 확인하고자 했습니다.

## 방법

Minitab에서는 문헌을 검색하여 과대산포 및 과소산포를 탐지할 수 있는 여러 방법을 찾았습니다. 그 결과 Jones and Govindaraju (2001)에서 찾은 진단 방법을 선택했습니다. 이 방법은 데이터를 이항 분포(불량품 데이터), 또는 포아송 분포(결점 데이터)에서 추출한 경우 확률도를 사용하여 기대되는 변동량을 확인합니다. 그런 다음 기대되는 변동량과 관측된 변동량을 비교합니다. 진단 방법에 대한 자세한 내용은 부록 D를 참조하십시오.

과대산포 검사의 일환으로, Minitab에서는 또한 전통적 P 및 U 관리도에서 관리 한계 밖에 있는 점의 수를 확인합니다. 과대산포의 문제는 높은 잘못된 경고 비율이기 때문에, 관리 이탈 상태에 있는 점의 비율이 낮은 경우 과대산포가 문제일 가능성은 없습니다.

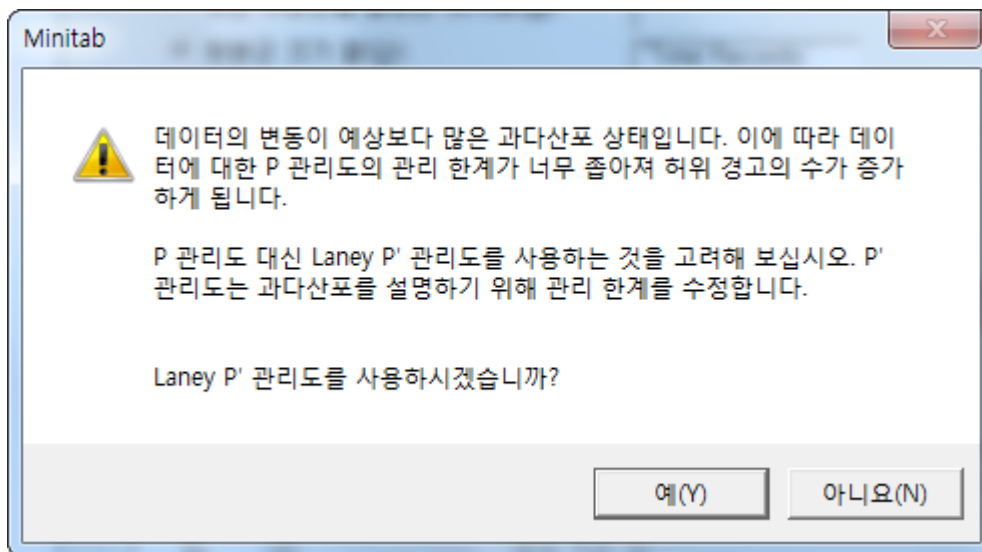
## 결과

Minitab에서는 관리도가 표시되기 전에 사용자가 P 또는 U 관리도의 대화 상자에서 확인을 선택한 후에 과대산포 및 과소산포에 대한 진단 검사를 수행합니다.

다음과 같은 조건이 충족되는 경우 과대산포가 존재합니다.

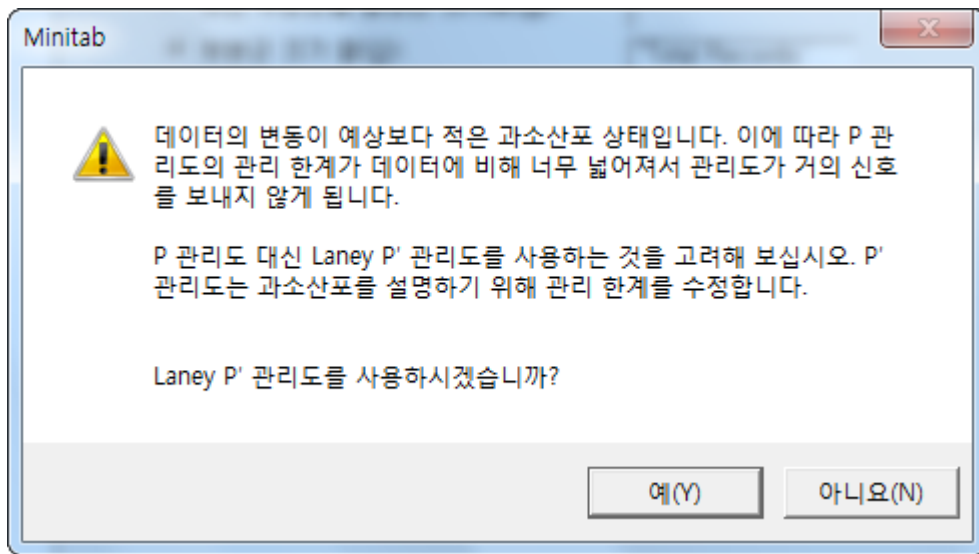
- 관측된 변동 대 기대 변동의 비율이 130%보다 큼.
- 관리 한계를 벗어난 점이 2%를 초과함.
- 관리 한계를 벗어난 점의 수가 1개보다 많음.

과대산포가 탐지되면 Laney P' 또는 U' 관리도를 표시할 것인지 묻는 메시지가 표시됩니다. P' 관리도에 대한 메시지가 아래 표시되어 있습니다.







관측된 변동 대 기대 변동의 비율이 75%보다 작은 경우 과소산포가 존재합니다. 과소산포가 탐지되면 Laney P' 또는 U' 관리도를 표시할 것인지 묻는 메시지가 표시됩니다. P' 관리도에 대한 메시지가 아래 표시되어 있습니다.



Laney 관리도를 사용하기로 선택한 경우 진단 보고서에 Laney 관리도가 표시됩니다. Laney 관리도를 사용하지 않기로 선택한 경우 진단 보고서에 전통적 관리도와 Laney 관리도가 모두 표시됩니다. 두 관리도를 모두 표시하면 전통적 P 또는 U 관리도에서 과대산포 또는 과소산포의 영향을 확인하고 Laney 관리도가 데이터에 보다 적절한지 여부를 결정할 수 있습니다.


또한 과대산포 또는 과소산포를 확인하는 경우 보조 도구의 보고서 카드에는 다음과 같은 상태가 표시됩니다.

상태	조건
	<p>산포 비율 &gt; 130%, 관리 한계를 벗어난 점이 2% 미만이거나 관리 한계를 벗어난 점의 수 = 1</p> <p>산포 비율 &gt; 75% 및 &lt;= 130%</p> <p>산포 비율 &gt; 130%, 관리 한계를 벗어난 점이 2%를 초과하고 관리 한계를 벗어난 점의 수 &gt; 1 이며 사용자가 Laney P' 또는 U'를 사용하기로 선택함</p> <p>산포 비율 &lt; 75%이고 사용자가 Laney P' 또는 U'를 사용하기로 선택함 여기서</p> <p>산포 비율 = <math>100 * (\text{관측된 변동}) / (\text{기대 변동})</math></p>
	<p>산포 비율 &gt; 130%, 관리 한계를 벗어난 점이 2%를 초과하고 관리 한계를 벗어난 점의 수 &gt; 1 이며 사용자가 Laney P' 또는 U'를 사용하기로 선택하지 않음</p> <p>산포 비율 &lt; 75%이고 사용자가 Laney P' 또는 U'를 사용하기로 선택하지 않음</p>

## 데이터의 양

이항 및 포아송 공정 능력 분석을 위한 보조 도구에는 또한 각각 불량품의 백분율 또는 단위당 결점 수에 대한 95% 신뢰 구간이 포함됩니다. 이 구간은 표준 통계 방법론을 사용하여 계산되지만 특수한 연구나 시뮬레이션은 포함되지 않았습니다.

데이터의 양을 확인하는 경우 보조 도구 보고서 카드에 다음과 같은 상태가 표시됩니다.

상태	조건
	<p><b>이항 공정 능력</b></p> <p>불량률(%)에 대한 95% 신뢰 구간은 (a, b)입니다. 이 구간이 현재 연구에 비해 너무 넓은 경우에는 더 많은 데이터를 수집하여 정밀도를 높일 수 있습니다.</p> <p><b>포아송 공정 능력</b></p> <p>단위당 결점 수에 대한 95% 신뢰 구간은 (a, b)입니다. 이 구간이 현재 연구에 비해 너무 넓은 경우에는 더 많은 데이터를 수집하여 정밀도를 높일 수 있습니다.</p>

## Laney P' 및 U' 관리도

전통적 P 관리도 및 U 관리도에서는 데이터의 변동이 불량품 데이터의 경우 이항 분포, 결점 데이터의 경우 포아송 분포를 따른다고 가정합니다. 관리도에서는 또한 불량품의 비율 또는 결점 수가 시간이 지남에 따라 일정하게 유지된다고 가정합니다. Minitab에서는 데이터의 변동이 기대 변동보다 크거나 작은지, 즉 데이터에 과대산포나 과소산포가 있는지 여부를 확인하기 위해 검사를 수행합니다. 위의 기대 변동 데이터 검사를 참조하십시오.

데이터에 과대산포나 과소산포가 존재하는 경우 전통적 P 및 U 관리도가 예상대로 수행되지 않을 수도 있습니다. 과대산포가 있으면 관리 한계가 너무 좁아지고, 따라서 잘못된 경고 비율이 높아질 수 있습니다. 과소산포가 있으면 관리 한계가 너무 넓어져서 특수 원인 변동을 간과하고 일반 원인 변동으로 잘못 간주할 수 있습니다.

### 목적

Minitab의 목적은 데이터에서 과대산포나 과소산포가 탐지될 때 전통적 P 및 U 관리도에 대한 대안을 식별하는 것이었습니다.

### 방법

Minitab에서는 문헌을 검토하여 과대산포 및 과소산포를 처리하기 위한 가장 좋은 방법이 Laney P' 및 U' 관리도(Laney, 2002)라는 것을 알았습니다. Laney 방법에서는 일반 원인 변동의 수정된 정의를 사용하며, 이 정의에서는 너무 좁거나(과대산포) 너무 넓은(과소산포) 관리 한계를 수정합니다.

Laney 관리도에서 일반 원인 변동에는 일반적인 단기 부분군 군내 변동이 포함되며 연속된 부분군 간의 평균 단기 변동도 포함됩니다. Laney 관리도의 일반 원인 변동은 데이터를 정규화하고 인접한 부분군의 평균 이동 범위(Laney 관리도에서는 시그마 Z라고 함)를 사용하여 표준 P 또는 U 관리 한계를 조정하여 계산됩니다. 연속된 부분군 간의 변동을 포함하면 여러 부분군에 걸쳐 데이터의 변동이 기본 결점 비율의 변동 또는 데이터 내

랜덤성의 부족으로 인해 기대 변동보다 크거나 작은 경우 영향을 수정하는 데 도움이 됩니다.

시그마  $Z$ 를 계산한 후에는 데이터가 원래 단위로 다시 변환됩니다. 원래 데이터 단위를 사용하면 부분군 크기가 같지 않은 경우 관리 한계가 전통적인 P 및 U 관리도에서처럼 달라질 수 있기 때문에 유용합니다. Laney P' 및 U' 관리도에 대한 자세한 내용은 부록 E를 참조하십시오.

## 결과

Minitab에서는 과대산포나 과소산포에 대한 검사를 수행하고 과대산포나 과소산포가 탐지되면 Laney P' 또는 U' 관리도를 권장합니다.

# 참고 문헌

- AIAG (1995). *Statistical process control (SPC) reference manual*. Automotive Industry Action Group.
- Bischak, D.P., & Trietsch, D. (2007). The rate of false signals in  $\bar{X}$  control charts with estimated limits. *Journal of Quality Technology*, 39, 55-65.
- Bothe, D.R. (1997). *Measuring process capability: Techniques and calculations for quality and manufacturing engineers*. New York: McGraw-Hill.
- Bowerman, B.L., & O'Connell, R.T. (1979). *Forecasting and time series: An applied approach*. Belmont, CA: Duxbury Press.
- Chan, L. K., Hapuarachchi K. P., & Macpherson, B.D. (1988). Robustness of  $\bar{X}$  and  $R$  charts. *IEEE Transactions on Reliability*, 37, 117-123.
- Davis, R.B., & Woodall, W.H. (1988). Performance of the control chart trend rule under linear shift. *Journal of Quality Technology*, 20, 260-262.
- Laney, D. (2002). Improved Control Charts for Attributes. *Quality Engineering*, 14(4), 531-537.
- Montgomery, D.C. (2001). *Introduction to statistical quality control*, 4<sup>th</sup> edition. New York: John Wiley & Sons, Inc.
- Schilling, E.G., & Nelson, P.R. (1976). The effect of non-normality on the control limits of  $\bar{X}$  charts. *Journal of Quality Technology*, 8, 183-188.
- Trietsch, D. (1999). *Statistical quality control: A loss minimization approach*. Singapore: World Scientific Publishing Co.
- Wheeler, D.J. (2004). *Advanced topics in statistical process control. The power of Shewhart's charts*, 2<sup>nd</sup> edition. Knoxville, TN: SPC Press.
- Yourstone, S.A., & Zimmer, W.J. (1992). Non-normality and the design of control charts for averages. *Decision Sciences*, 23, 1099-1113.

# 부록 A: 계수형 관리도에 대한 추가 가정

P 관리도와 U 관리도에는 데이터 검사에 의해 평가되지 않는 추가 가정이 필요합니다.

P 관리도	U 관리도
<ul style="list-style-type: none"><li>• 데이터가 <math>n</math>개의 고유 항목으로 구성되고, 각 항목이 불량 또는 불량인 것으로 분류되는 경우.</li><li>• 부분군 내의 각 항목이 불량일 확률은 같습니다.</li><li>• 한 항목이 불량일 가능성은 이전 항목이 불량인지 여부에 영향을 받지 않습니다.</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• 카운트는 이산형 사건의 카운트입니다.</li><li>• 이산형 사건은 공간, 시간 또는 제품의 잘 정의된 일부 유한 영역 내에서 발생합니다.</li><li>• 사건은 서로 독립적으로 발생하며 사건의 발생가능성은 기회 영역의 크기에 비례합니다.</li></ul>

각 관리도에 대해 처음 두 가정은 데이터 수집 과정에 내재되어 있으며, 데이터 자체는 이러한 가정이 충족되는지 여부를 확인하기 위해 사용할 수 없습니다. 세 번째 가정은 보조 도구에서 수행되지 않은 데이터의 상세 분석 및 고급 분석을 통해서만 확인할 수 있습니다.

# 부록 B: 안정성 - 특수 원인 검정

## 시뮬레이션 B1: 검정 1에 검정 2를 추가할 경우 민감도에 미치는 영향

검정 1은 한 점이 중심선으로부터 3 표준 편차 범위 밖에 있을 때 신호를 보내 관리 이탈 상태에 있는 점을 탐지합니다. 검정 2는 9개의 연속된 점이 중심선으로부터 같은 쪽에 있을 때 신호를 보내 불량품의 비율 또는 단위당 결점 수의 이동을 탐지합니다.

Minitab에서는 검정 2를 검정 1과 함께 사용하면 계수형 관리도의 민감도가 개선되는지 여부를 확인하기 위해 P 관리도의 경우 정규( $p$ ,  $\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$ ) 분포( $p$ 는 불량품의 비율이고  $n$ 은 부분군 크기임), U 관리도의 경우 정규( $u$ ,  $\sqrt{u}$ ) 분포( $u$ 는 단위당 평균 결점 수임)를 바탕으로 관리 한계를 설정했습니다. 각 분포의 중심위치( $p$  또는  $u$ )를 표준 편차(SD)의 배수 단위로 이동한 후 10,000번 반복하여 신호를 탐지하기 위해 필요한 부분군의 수를 기록했습니다. 결과는 표 1에 나와 있습니다.

표 1 검정 1 실패(검정 1), 검정 2 실패(검정 2) 또는 검정 1 및 검정 2 실패(검정 1 또는 2)까지 평균 부분군의 수. 이동은 표준 편차(SD)의 배수와 같습니다.

이동	검정 1	검정 2	검정 1 또는 2
0.5 SD	154	84	57
1 SD	44	24	17
1.5 SD	15	13	9
2 SD	6	10	5

표에서 보듯이, 검정 1만 사용하는 경우 0.5 표준 편차 이동을 탐지하기 위해서는 평균 154개의 부분군이 필요한 것에 비해, 두 검정 모두 사용하는 경우(검정 1 또는 2) 중심위치의 0.5 표준 편차 이동을 탐지하기 위해서는 평균 57개의 부분군이 필요합니다. 따라서 두 검정을 모두 사용하면 민감도가 유의하게 증가하여 불량품의 비율 또는 단위당 평균 결점 수의 작은 이동을 탐지할 수 있습니다. 하지만, 이동의 크기가 증가하는 경우에는 검정 2를 추가해도 민감도가 유의하게 증가하지 않습니다.

# 부록 C: 안정성 - 부분군 크기

중심 극한 정리에 따르면 정규 분포는 동일하게 분포된 독립적인 랜덤 변수의 평균의 분포를 근사할 수 있습니다. P 관리도의 경우,  $\hat{p}$ (부분군 비율)는 동일하게 분포된 독립적인 Bernoulli 랜덤 변수의 평균입니다. U 관리도의 경우,  $\hat{u}$ (부분군 비율)는 동일하게 분포된 독립적인 포아송 랜덤 변수의 평균입니다. 따라서, 두 경우 모두 정규 분포를 근사로 사용할 수 있습니다.

근사의 정확도는 부분군 크기가 증가함에 따라 증가합니다. 근사는 또한 불량품의 비율이 증가하거나(P 관리도) 단위당 결점 수가 증가하면(U 관리도) 개선됩니다. 부분군 크기가 작거나 p(P 관리도) 또는 u(U 관리도)의 값이 작은 경우  $\hat{p}$  및  $\hat{u}$ 의 분포는 오른쪽으로 치우치며, 잘못된 경고 비율이 증가합니다. 따라서, 잘못된 경고 비율을 보고 정규 근사의 정확도를 평가할 수 있으며, 적절한 정규 근사를 얻는 데 필요한 최소 부분군 크기를 결정할 수 있습니다.

이를 위해 Minitab에서는 시뮬레이션을 수행하여 P 관리도 및 U 관리도의 다양한 부분군 크기에 대해 잘못된 경고 비율을 평가하고 그 결과를 정규 가정 하에 예상되는 잘못된 경고 비율(검정 1의 경우 0.27%, 검정 2의 경우 0.39%)과 비교했습니다.

## 시뮬레이션 C1: P 관리도의 부분군 크기, 비율 및 잘못된 경고 비율 간의 관계

초기 10,000개의 부분군 집합을 사용하여 Minitab에서는 다양한 부분군 크기(n) 및 비율(p)에 대한 관리 한계를 설정했습니다. 또한 추가 2,500개 부분군에 대한 잘못된 경고의 백분율을 기록했습니다. 그런 다음 10,000회 반복을 수행하고 표 2에 표시된 대로 검정 1과 검정 2로부터 잘못된 경고의 평균 백분율을 계산했습니다.

표 2 다양한 부분군 크기(n) 및 비율(p)에 대한 검정 1, 검정 2로 인한 잘못된 경고의 백분율(%) (np)

부분군 크기 (n)	p				
	0.001	0.005	0.01	0.05	0.1
10	0.99, 87.37 (0.01)	4.89, 62.97 (0.05)	0.43, 40.14 (0.1)	1.15, 1.01 (0.5)	1.28, 0.42 (1)
50	4.88, 63.00 (0.05)	2.61, 10.41 (0.25)	1.38, 1.10 (0.5)	0.32, 0.49 (2.5)	0.32, 0.36 (5)
100	0.47, 40.33 (0.10)	1.41, 1.12 (0.5)	1.84, 0.49 (1)	0.43, 0.36 (5)	0.20, 0.36 (10)
150	1.01, 25.72 (0.15)	0.71, 0.43 (0.75)	0.42, 0.58 (1.5)	0.36, 0.42 (7.5)	0.20, 0.36 (15)
200	1.74, 16.43 (0.2)	1.86, 0.50 (1.00)	0.43, 0.41 (2)	0.27, 0.36 (10)	0.34, 0.36 (20)

부분군 크기 (n)	p				
	0.001	0.005	0.01	0.05	0.1
500	1.43, 1.12 (0.5)	0.42, 0.50 (2.5)	0.52, 0.37 (5)	0.32, 0.37 (25)	0.23, 0.36 (50)

표 2의 결과를 보면 일반적으로 비율(p)이 0.001이나 0.005와 같이 작거나 표본 크기가 작을 때(n=10) 잘못된 경고의 백분율이 가장 높다는 것을 알 수 있습니다. 따라서, 잘못된 경고의 백분율은 곱 np의 값이 작을 때 가장 높고 np가 클 때 가장 낮습니다. np가 0.5보다 크거나 같은 경우 검정 1과 검정 2에 대해 결합된 잘못된 경고 비율은 약 2.5% 미만입니다. 하지만, np가 0.5보다 작은 경우 검정 1과 검정 2에 대해 결합된 잘못된 경고 비율이 훨씬 높아 10%를 초과하는 수준에 도달할 수 있습니다. 따라서 이 기준을 바탕으로 np의 값  $\geq 0.5$ 인 경우 P 관리도의 성능이 적절합니다. 그러므로 부분군 크기는  $\frac{0.5}{p}$  이상이어야 합니다.

## 시뮬레이션 C2: U 관리도의 부분군 크기, 단위당 결점 수 및 잘못된 경고 비율 간의 관계

초기 10,000개의 부분군 집합을 사용하여 Minitab에서는 다양한 부분군 크기(n) 및 부분군당 결점 수(c)에 대한 관리 한계를 설정했습니다. 또한 추가 2,500개 부분군에 대한 잘못된 경고의 백분율을 기록했습니다. 그런 다음 10,000회 반복을 수행하고 표 3에 표시된 대로 검정 1과 검정 2로부터 잘못된 경고의 평균 백분율을 계산했습니다.

표 3 다양한 부분군당 결점 수(c = nu)에 대한 검정 1, 검정 2로 인한 잘못된 경고의 백분율(%)

c	0.1	0.3	0.5	0.7	1.0	3.0	5.0	10.0	30.0	50
잘못된 경고 비율	0.47, 40.40	3.70, 6.67	1.44, 1.13	0.57, 0.39	0.36, 0.51	0.38, 0.40	0.54, 0.38	0.35, 0.37	0.29, 0.37	0.25, 0.37

표 3의 결과를 보면 잘못된 경고의 백분율은 부분군 크기(n)와 단위당 결점 수(u)의 곱, 즉 부분군당 결점 수(c)가 작을 때 가장 높다는 것을 알 수 있습니다. c가 0.5보다 크거나 같은 경우 검정 1과 검정 2에 대해 결합된 잘못된 경고 비율은 약 2.5% 미만입니다. 그러나 c가 0.5보다 작은 경우 검정 1과 검정 2에 대해 결합된 잘못된 경고 비율이 훨씬 높아 10%를 초과하는 수준에 도달할 수 있습니다. 그러므로, 이 기준을 바탕으로 c = nu의 값  $\geq 0.5$ 인 경우 U 관리도의 성능이 적절합니다. 따라서, 부분군 크기는  $\frac{0.5}{p}$  이상이어야 합니다.



# 부록 D: 과대산포/과소산포

$d_i$ 는 부분군  $i$ 의 불량품 수,  $n_i$ 는 부분군 크기입니다.

먼저 불량품 수를 정규화합니다. 서로 다를 가능성이 있는 부분군 크기를 처리하기 위해 수정된 불량품 수( $adjd_i$ )를 사용합니다.

$$adjd_i = \text{부분군 } i \text{의 수정된 불량품 수} = \frac{d_i}{n_i}(\bar{n}), \text{ 여기서}$$

$$\bar{n} = \text{평균 부분군 크기}$$

$$X_i = \sin^{-1} \sqrt{\frac{adjd_i + 3/8}{\bar{n} + 0.75}}$$

정규화된 카운트( $X_i$ )의 표준 편차는  $\frac{1}{\sqrt{4 * \bar{n}}}$ 이(가) 됩니다. 즉, 2 표준 편차가  $\frac{1}{\sqrt{\bar{n}}}$ 와(과) 같습니다.

그런 다음, 정규화된 카운트를 데이터로 사용하여 표준 정규 확률도를 생성합니다. 회귀선은 표시 점의 중간 50%만을 사용하여 적합됩니다. 변환된 카운트 데이터의 25번째 및 75번째 백분위수를 찾고 25번째 백분위수보다 크거나 같고 75번째 백분위수보다 작거나 같은 모든  $X-Y$  쌍을 사용합니다. 이 선은  $-1$ 과  $+1$ 의  $Z$  값에 따라 예측된 변환 카운트 값을 얻기 위해 사용됩니다. 이 회귀 분석의 “ $Y$ ” 데이터는 변환된 카운트의 정규 점수이며 “ $X$ ” 데이터는 변환된 카운트입니다.

다음과 같이 관측된 변동을 계산합니다.

$Y(-1)$ 을  $Z = -1$ 에 대한 예측된 변환 카운트로 설정합니다.

$Y(+1)$ 을  $Z = +1$ 에 대한 예측된 변환 카운트로 설정합니다.

2 표준 편차의 관측된 추정치 =  $Y(+1) - Y(-1)$ .

다음과 같이 기대 변동을 계산합니다.

$$2 \text{ 표준 편차의 기대 추정치} = \frac{1}{\sqrt{\bar{n}}}$$

관측된 변동 대 기대 변동의 비율을 계산하여 백분율로 변환합니다. 백분율이 130%보다 크면, 점의 2%가 관리 한계를 벗어나고 관리 한계를 벗어난 점이 1개보다 많으므로 과대산포의 증거입니다. 백분율이 75%보다 작으면 과소 산포의 증거입니다.

# 부록 E: Laney P' 및 U' 관리도

Laney P' 및 U' 관리도에 숨겨진 개념은 부분군 데이터가 일정한 결점 또는 불량품의 비율로 랜덤 공정에서 추출되었을 때 부분군 간의 관측된 변동이 기대 변동과 일치하지 않는 경우를 설명하기 위한 것입니다. 기본 결점 또는 불량품 비율의 작은 변화는 일반적으로 모든 공정에서 발생합니다. 부분군 크기가 상대적으로 작은 경우 부분군의 표본 추출 변동이 이러한 적은 변화를 인지할 수 없을 정도로 충분히 큼니다. 부분군 크기가 증가하면 표본 추출 변동이 감소하고 기본 결점 또는 불량품 비율의 작은 변화가 잘못된 경고 비율을 증가시켜 표준 P 및 U 관리도에 역효과를 미칠 정도로 충분히 커집니다. 일부 예를 보면 잘못된 경고 비율이 70%까지 커집니다. 이 조건은 과대산포로 알려져 있습니다.

이 문제를 해결하기 위해 부분군 p 또는 u 값을 정규화하고 정규화된 데이터를 I 관리도에 표시하는 방법이 개발되었습니다. I 관리도에서는 정규화된 값의 이동 범위를 사용하여 관리 한계를 결정합니다. 따라서, I 관리도 방법은 일반 원인 변동의 정의를 불량품 또는 결점 비율이 한 부분군에서 다음 부분군으로의 변동을 더한 것으로 변경합니다.

Laney 방법은 데이터를 원래 단위로 변환합니다. 이 방법의 장점은 모든 부분군의 크기가 같지 않을 경우 관리 한계가 I 관리도에서처럼 고정되지 않는다는 것입니다.

P' 관리도 및 U' 관리도는 새로운 일반 원인 변동의 정의를 크기가 다른 여러 부분군이 있는 계량형 관리도의 관리 한계와 결합합니다. 따라서, 이러한 관리도의 기본 가정은 일반 원인 변동의 정의가 변경된다는 것입니다. 여기에는 부분군 내 존재하는 일상적인 단기 변동 및 연속된 부분군 간에 관측될 것으로 예상되는 평균 단기 변동이 포함됩니다.

## Laney P' 관리도

다음과 같이 설정합니다.

$X_i$  = 부분군 i 내 불량품의 수

$n_i$  = 부분군 i의 부분군 크기

$p_i$  = 부분군 i의 불량품 비율

$$\bar{p} = \frac{\sum X_i}{\sum n_i}$$

$$\sigma p_i = \sqrt{\frac{\bar{p} * (1 - \bar{p})}{n_i}}$$

먼저  $p_i$ 를 z-점수로 변환합니다.

$$Z_i = \frac{p_i - \bar{p}}{\sigma p_i}$$

그런 다음, 길이 2의 이동 범위를 사용하여 z-점수의 변동을 평가하고 시그마 Z( $\sigma_z$ )를 계산합니다.

$$\sigma_z = \frac{\overline{MR}}{1.128}$$

여기서 1.128은 불편화 상수입니다.

데이터를 원래 척도로 다시 변환합니다.

$$p_i = \bar{p} + \sigma p_i * \sigma z$$

따라서  $p_i$ 의 표준 편차는 다음과 같습니다.

$$sd(p_i) = \sigma p_i * \sigma z$$

관리 한계와 중심선은 다음과 같이 계산됩니다.

$$\text{중심선} = \bar{p}$$

$$UCL = \bar{p} + 3 * sd(p_i)$$

$$LCL = \bar{p} - 3 * sd(p_i)$$

## Laney U' 관리도

다음과 같이 설정합니다.

$X_i$  = 부분군  $i$  내 불량품의 수

$n_i$  = 부분군  $i$ 의 부분군 크기

$u_i$  = 부분군  $i$ 의 불량품 비율

$$\bar{u} = \frac{\sum X_i}{\sum n_i}$$

$$\sigma u_i = \sqrt{\frac{\bar{u} * (1 - \bar{u})}{n_i}}$$

먼저  $p_i$ 를  $z$ -점수로 변환합니다.

$$Z_i = \frac{u_i - \bar{u}}{\sigma u_i}$$

그런 다음, 길이 2의 이동 범위를 사용하여  $z$ -점수의 변동을 평가하고 시그마  $Z(\sigma z)$ 를 계산합니다.

$$\sigma z = \frac{\overline{MR}}{1.128}$$

여기서 1.128은 불편화 상수입니다.

데이터를 원래 척도로 다시 변환합니다.

$$u_i = \bar{u} + \sigma u * \sigma z$$

따라서  $p_i$ 의 표준 편차는 다음과 같습니다.

$$sd(u_i) = \sigma u_i * \sigma z$$

관리 한계와 중심선은 다음과 같이 계산됩니다.

$$\text{중심선} = \bar{u}$$

$$\text{UCL} = \bar{u} + 3 * sd(u_i)$$

$$\text{LCL} = \bar{u} - 3 * sd(u_i)$$

© 2020 Minitab, LLC. All rights reserved. Minitab®, Minitab Workspace™, Companion by Minitab®, Salford Predictive Modeler®, SPM®, and the Minitab® logo are all registered trademarks of Minitab, LLC, in the United States and other countries. Additional trademarks of Minitab, LLC can be found at [www.minitab.com](http://www.minitab.com). All other marks referenced remain the property of their respective owners.