

이 문서는 Minitab 통계 소프트웨어의 보조 도구에서 사용되는 방법과 데이터 검사를 개발하기 위해 Minitab 통계 학자들이 실시한 연구에 대해 설명하는 전체 백서 중 하나입니다.

# 1-표본 불량률(%) 검정

## 개요

1-비율 검정은 비율이 목표 값과 다른지 판단하기 위해 사용됩니다. 품질 분석에서 이 검정은 종종 불량품 비율(%)이 목표 불량률(%)과 유의한 차이가 나는지 확인하기 위해 제품 또는 서비스를 불량 또는 정상으로 분류할 때 사용됩니다.

Minitab 보조 도구에는 1-표본 불량률(%) 검정이 포함되어 있습니다. 검정을 위해 수집되는 데이터는 이항 랜덤 변수의 관측치라고 가정되는 표본에 포함된 불량품의 수입입니다. 보조 도구에서는 정확한 방법을 사용하여 가설 검정 결과와 신뢰 구간을 계산합니다. 그러므로 실제 제1종 오류율은 검정에 대해 지정된 유의 수준(알파)에 가까울 것이며, 더 이상 조사할 필요가 없습니다. 그러나 1-표본 불량률(%) 검정에 대한 검정력 및 표본 크기 분석에는 근사가 사용되기 때문에 정확한지 평가해야 합니다.

본 문서에서는 근사 방법의 이론적 검정력을 정확 검정의 실제 검정력과 비교하여 1-표본 불량률(%) 검정의 검정력과 표본 크기를 평가하기 위해 사용된 방법에 대해 조사합니다.

또한 기준치를 정한 방법에 대해서도 설명하여 불량품 비율(%)과 목표 불량률(%) 사이에 유의한 차이가 있는지 탐지하는 데 표본 크기가 충분히 큰지 평가하는 데 도움이 되도록 했습니다. 보조 도구에서는 표본 크기 확인을 자동으로 수행하고 결과를 보고서 카드에 보고합니다.

1-표본 불량률(%) 검정은 다른 가정에도 의존합니다. 자세한 내용은 부록 A를 참조하십시오.

# 1-표본 불량률 방법

## 이론적 검정력 함수의 성능

보조 도구에서는 정확한 (우도 비) 방법을 사용하여 단일 Bernoulli 모집단 비율(불량률(%))에 대한 가설 검정을 수행합니다. 그러나 이 정확 검정의 검정력 함수를 도출하기는 쉽지 않기 때문에 해당 정규 근사 검정의 이론적 검정력 함수를 사용하여 검정력 함수를 근사합니다.

### 목적

당사는 보조 도구에서 정규 근사 검정에 기초한 이론적 검정력 함수를 사용하여 1-표본 불량률(%) 검정의 검정력과 표본 크기 요건을 평가할 수 있는지 판단하고자 했습니다. 이 작업을 위해서는 이 이론적 검정력 함수가 정확한 (우도 비) 검정의 실제 검정력을 정확히 나타내는지 평가해야 했습니다.

### 방법

검정 통계인 p-값과 정확한 (우도 비) 검정의 신뢰 구간은 부록 B에 정의되어 있습니다. 정규 근사에 기초한 이론적 검정력 함수는 부록 C에 정의되어 있습니다. 해당 정의를 토대로, 당사는 정확 검정을 사용하여 (당사에서 모의 검정력 수준이라고 부르는) 실제 검정력 수준을 추정하기 위한 시뮬레이션을 수행했습니다.

시뮬레이션을 수행하기 위해 여러 Bernoulli 모집단에서 다양한 크기의 랜덤 표본을 추출했습니다. 각 Bernoulli 모집단에 대해 정확 검정을 10,000개의 표본 반복실험에 대해 각각 수행했습니다. 각 표본 크기에 대해, 주어진 차이를 탐지하는 검정의 모의 검정력을 검정이 유의한 표본 10,000개의 분수로 계산했습니다. 비교를 위해 정규 근사 검정을 토대로 해당 이론적 검정력 수준도 계산했습니다. 근사가 효과적이면 이론적 검정력 수준 및 모의 검정력 수준이 유사할 것입니다. 자세한 내용은 부록 D를 참조하십시오.

### 결과

시뮬레이션에서는 정규 근사 검정의 이론적 검정력 함수가 일반적으로 정확한 (우도 비) 검정의 모의 검정력 함수와 거의 같은 것으로 나타났습니다. 그러므로 보조 도구에서는 정규 근사 검정의 이론적 검정력 함수를 사용하여 정확 검정의 검정력이 실제로 중요한 불량률(%) 차이를 탐지하는 데 충분하다고 보장할 수 있는 표본 크기를 추정합니다.

# 데이터 검사

## 표본 크기

일반적으로, 가설 검정은 "차이가 없는" 귀무 가설을 기각하기 위한 증거를 수집하기 위해 실시합니다. 표본이 너무 작은 경우 검정의 검정력이 실제로 존재하는 차이를 탐지하기에 적절하지 않아 제2종 오류를 초래할 수 있습니다. 그러므로 실제로 중요한 차이를 높은 확률로 탐지할 만큼 큰 표본 크기가 사용되도록 하는 것이 중요합니다.

## 목적

데이터에서 귀무 가설을 기각하기 위한 증거를 충분히 얻을 수 없는 경우에는 표본 크기가 검정에서 탐지하고자 하는 실제 차이를 높은 확률로 탐지하기에 충분히 크지 확인하고자 했습니다. 표본 크기 계획의 목적은 중요한 차이를 높은 확률로 탐지하기에 충분한 크기의 표본을 사용하도록 보장하는 것이지만, 표본이 너무 커서 무의미한 차이가 통계적으로 중요하다고 인식될 확률이 높아져서도 안 됩니다.






## 방법

1-표본 불량률(%) 검정의 검정력 및 표본 크기 분석은 정확 검정의 실제 검정력에 대한 우수한 추정치를 제공하는 정규 근사를 사용한 이론적 검정력 함수에 기초합니다(위의 1-표본 불량률(%) 검정 방법 부분 참조). 목표 불량률(%)이 주어졌을 때 이론적 검정력 함수는 표본 크기와 탐지하려는 차이에 의해 결정됩니다.

## 결과

데이터로부터 귀무 가설을 반박하는 충분한 증거를 얻을 수 없으면 보조 도구는 주어진 표본 크기에 대해 80% 및 90% 확률로 탐지할 수 있는 실제 차이를 계산합니다. 또한 사용자가 탐지할 특정한 실제 차이를 제공할 경우 보조 도구는 80% 및 90%의 차이 탐지 확률을 얻기 위해 필요한 표본 크기를 계산합니다.

검정력 및 표본 크기를 확인할 때 1-표본 불량률(%) 검정에 대한 보조 도구 보고서 카드는 결과 해석을 지원하기 위해 다음과 같은 상태를 표시합니다.

상태	조건
	<p>검정에서 불량률과 목표 값 간에 차이가 발견되므로 검정력은 문제가 되지 않습니다.</p> <p>또는</p> <p>검정력이 충분합니다. 검정에서 목표값과의 차이가 발견되지 않았지만, 표본 크기는 주어진 차이를 90% 이상의 확률로 탐지하기에 충분합니다(검정력 <math>\geq .90</math>).</p>
	<p>검정력이 충분할 수 있습니다. 검정에서 목표값과의 차이가 발견되지 않았지만, 표본 크기는 주어진 차이를 80% - 90%의 확률로 탐지하기에 충분합니다(<math>.80 \leq</math> 검정력 <math>&lt; .90</math>). 90% 검정력을 달성하기 위해 필요한 표본 크기가 보고됩니다.</p>
	<p>검정력이 충분하지 않을 수 있습니다. 검정에서 목표값과의 차이가 발견되지 않았지만, 표본 크기는 주어진 차이를 60% - 80%의 확률로 탐지하기에 충분합니다(<math>.60 \leq</math> 검정력 <math>&lt; .80</math>). 80% 검정력과 90% 검정력을 얻는 데 필요한 표본 크기가 보고됩니다.</p>
	<p>검정력이 충분하지 않습니다. 검정에서 목표값과의 차이가 발견되었고, 표본 크기는 주어진 차이를 60% 이상의 확률로 탐지하기에 충분하지 않습니다(검정력 <math>&lt; .60</math>). 80% 검정력과 90% 검정력을 얻는 데 필요한 표본 크기가 보고됩니다.</p>
	<p>검정에서 목표값과의 차이가 발견되지 않았습니다. 탐지할 실제 차이를 지정하지 않았으므로 보고서에는 표본 크기와 알파를 기준으로 80% 및 90% 확률로 탐지할 수 있는 차이가 표시됩니다.</p>

# 참고 문헌

Arnold, S.F. (1990). *Mathematical statistics*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, Inc.

Casella, G., & Berger, R.L. (1990). *Statistical inference*. Pacific Grove, CA: Wadsworth, Inc.

# 부록 A: 1-표본 불량률(%) 검정에 대한 추가 가정

1표본 불량률(%) 검정은 다음 가정에 기초합니다.

- 데이터는  $n$ 개의 고유 품목으로 구성되며, 각 품목은 불량 또는 불량인 아닌 것으로 분류됩니다.
- 품목이 불량일 확률은 표본의 각 품목마다 동일합니다.
- 품목이 불량일 우도는 다른 품목의 불량 여부에 영향을 받지 않습니다.

위 가정은 보고서 카드의 데이터 검사에서 확인할 수 없습니다. 이 검정에는 원시 데이터가 아닌 요약 데이터가 입력되기 때문입니다.

# 부록 B: 정확 (우도 비) 검정

Bernoulli 분포에서 랜덤 표본  $X_1, \dots, X_n$ 을 성공 확률  $p = \Pr(X_i = 1) = 1 - \Pr(X_i = 0)$ 으로 관측한다고 가정합니다.

아래에는  $p$ 에 대한 추론을 도출하는 정확한 방법이 설명되어 있습니다.

## 공식 B1: 정확 검정과 p-값

귀무 가설  $H_0: p = p_0$ 의 검정을 대립 가설  $H_A: p > p_0$ ,  $H_A: p < p_0$  또는  $H_A: p \neq p_0$  중 하나 이상과 대조하여 생각해 보십시오.

$$X = \sum_{i=1}^n X_i$$

라고 하면,  $X$ 는 시행 횟수가  $n$ 이고 성공 확률이  $p$ 인 이항 무작위 변수입니다.

$X$ 에 기초한 단측 검정은 UMP(uniformly most powerful)이며, 우도 비 검정입니다. 양측 검정의 경우, 우도 비 검정 역시  $X$ 에 기초하며, 검정 통계는 다음과 같습니다.

$$\Lambda(X) = \left(\frac{\hat{p}}{p_0}\right)^X \left(\frac{1-\hat{p}}{1-p_0}\right)^{n-X}$$

(Arnold, 1990 참조)

단측 검정에 대한 p-값은  $X$ 의 정확 분포를 토대로 직접 얻을 수 있습니다. 양측 검정의 경우 p-값은 귀무 가설 하에서 실제로 관측된 것 이상으로 큰 우도 비(또는 로그 우도 비)가 관측될 확률로 계산됩니다. 일반적으로, 이 확률을 계산하는 데는 근수 찾기 알고리즘이 사용됩니다.

## 공식 B2: 정확한 신뢰 구간

$p$ 에 대한 정확한  $100(1 - \alpha)\%$  양측 신뢰 구간은 다음과 같습니다.

$$\frac{1}{1 + \frac{n-x+1}{x} F_{2(n-x+1), 2x, \alpha/2}} \leq p \leq \frac{\frac{x+1}{n-x} F_{2(x+1), 2(n-x), \alpha/2}}{1 + \frac{x+1}{n-x} F_{2(x+1), 2(n-x), \alpha/2}}$$

여기서  $x$ 는 관측된 성공의 수  $F_{v_1, v_2, \alpha}$ 는 자유도가  $v_1$ 과  $v_2$ 인  $F$  분포의 상위  $\alpha$  백분위점입니다(Casella & Berger, 1990 참조).  $x = 0$ 이면 하한이 0이고  $x = n$ 이면 상한이 1이라는 규칙을 채택합니다.

# 부록 C: 이론적 검정력 함수

정확 검정의 이론적 검정력 함수를 도출하려면 너무 복잡합니다. 그러므로 정규 근사에 기초한 검정의 이론적 검정력 함수를 사용하여 검정의 근사 검정력 함수를 구합니다. 이 근사 검정은 다음 무작위 변수가

$$Z = \frac{n^{1/2}(\hat{p} - p)}{(p(1-p))^{1/2}}$$

표준 정규 근사에 따라 점근적으로 분포된다는 사실에 기초합니다. 이 검정의 이론적 검정력 함수는 잘 알려져 있으며, 충분히 문서화되어 있습니다. 양측 대립 가설에 대한 검정력 함수는 다음 식으로 표현됩니다.

$$\pi(n, \delta) = 1 - \Phi\left(\frac{-\delta + z_{\alpha/2}\sqrt{p_0(1-p_0)/n}}{\sqrt{p(1-p)/n}}\right) + \Phi\left(\frac{-\delta - z_{\alpha/2}\sqrt{p_0(1-p_0)/n}}{\sqrt{p(1-p)/n}}\right)$$

여기서  $p = \delta + p_0$ 이며,  $\Phi(\cdot)$ 은 표준 정규 분포의 누적 분포 함수이며,  $z_\alpha$ 는 표준 정규 분포의 상위 백분위수입니다.

단측 대립 가설  $H_A: p > p_0$ 에 대한 검정력 함수는 다음 식으로 표현할 수 있습니다.

$$\pi(n, \delta) = 1 - \Phi\left(\frac{-\delta + z_\alpha\sqrt{p_0(1-p_0)/n}}{\sqrt{p(1-p)/n}}\right)$$

단측 대립 가설  $H_A: p < p_0$ 에 대해 검정할 때는 검정력 함수를 다음 식으로 표현할 수도 있습니다.

$$\pi(n, \delta) = \Phi\left(\frac{-\delta - z_\alpha\sqrt{p_0(1-p_0)/n}}{\sqrt{p(1-p)/n}}\right)$$



# 부록 D: 실제 검정력과 이론적 검정력 비교

## 시뮬레이션 D1: 정확 검정을 사용한 실제 검정력 추정

(모의 검정력 수준이라고 하는) 추정 실제 검정력 수준을 정규 근사 검정의 검정력 함수에 기초한 (근사 검정력 수준이라고 하는) 이론적 검정력 수준과 비교하기 위한 시뮬레이션을 설계했습니다. 각 실험에서는 크기가 각각  $n$ 인 표본 10,000개를 주어진 성공 확률이  $p$ 인 Bernoulli 모집단에서 추출했습니다. 성공 확률에 대해서는 두 가지 경우, 즉 (1)  $p$ 의 값이 0.5에 가까운(정확히는  $p = 0.45$ ) 중간 성공 확률과 (2)  $p$ 의 값이 0 또는 1에 가까운 작거나 큰 성공 확률(정확히는  $p = 0.85$ )을 고려했습니다. 이 두 가지 경우를 고려한 이유는 Bernoulli 표본 크기가 10보다 크고 성공 확률이 0.5에 가까울 때 정규 근사 검정을 도출하는 데 사용된 이항 분포에 대한 DeMoivre-Laplace 정규 근사가 정확한 것으로 알려져 있기 때문입니다. 그러나 성공 확률이 더 작거나 클 경우에 해당 근사가 정확하려면 더 큰 Bernoulli 표본이 필요합니다.

각 실험에서는 표본 크기를 하나의  $n$  값으로 고정했습니다. 여기서  $n = 10, 15, 20, 30, \dots, 100$ 입니다. 모든 실험에서는 탐지할 차이  $\delta = p - p_0$ 를 0.2로 고정하여 표본 크기가 100까지 증가할 때 검정력 값이 너무 작거나 너무 커지지 않도록 했습니다. 각 시뮬레이션 결과를 토대로 검정의 실제 검정력을 추정하기 위해, 단측 및 양측 정확 검정을 모두 사용하여 10,000개의 표본 반복실험 중 목표 유의 수준  $\alpha = 0.05$ 에서 정확 검정이 유의했던 비율을 분수로 계산했습니다. 마지막으로, 비교를 위해 해당 이론적 검정력 수준도 정규 근사 검정을 토대로 계산했습니다. 결과는 아래의 표 1에 나와 있습니다.

표 1 양측 및 단측 정확 검정의 모의 및 근사 검정력 수준. 목표 유의 수준은  $\alpha = 0.05$ 입니다.

n	양측 검정				단측 검정			
	p = 0.45		p = 0.85		p = 0.45		p = 0.85	
	모의 검정력	근사 검정력	모의 검정력	근사 검정력	모의 검정력	근사 검정력	모의 검정력	근사 검정력
10	0.101	0.333	0.20	0.199	0.257	0.436	0.20	0.335
15	0.339	0.441	0.322	0.327	0.339	0.55	0.322	0.489
20	0.406	0.537	0.409	0.455	0.59	0.643	0.648	0.621
30	0.632	0.69	0.708	0.674	0.632	0.779	0.708	0.808
40	0.781	0.799	0.863	0.822	0.781	0.867	0.863	0.911
50	0.877	0.872	0.874	0.91	0.877	0.921	0.933	0.961
60	0.878	0.92	0.942	0.957	0.922	0.954	0.969	0.984
70	0.925	0.951	0.972	0.981	0.953	0.973	0.987	0.994
80	0.954	0.971	0.986	0.992	0.986	0.985	0.993	0.998
90	0.971	0.982	0.993	0.996	0.991	0.991	0.996	0.999
100	0.989	0.99	0.998	0.999	0.994	0.995	0.999	1.00

결과에서는 모의 검정력 수준과 근사 검정력 수준이 대체로 매우 일치하는 것으로 나타났습니다. 결과를 아래 그림 1과 2처럼 그래프에 검정력 곡선으로 표시하면 이런 일관성을 더 분명히 확인할 수 있습니다.

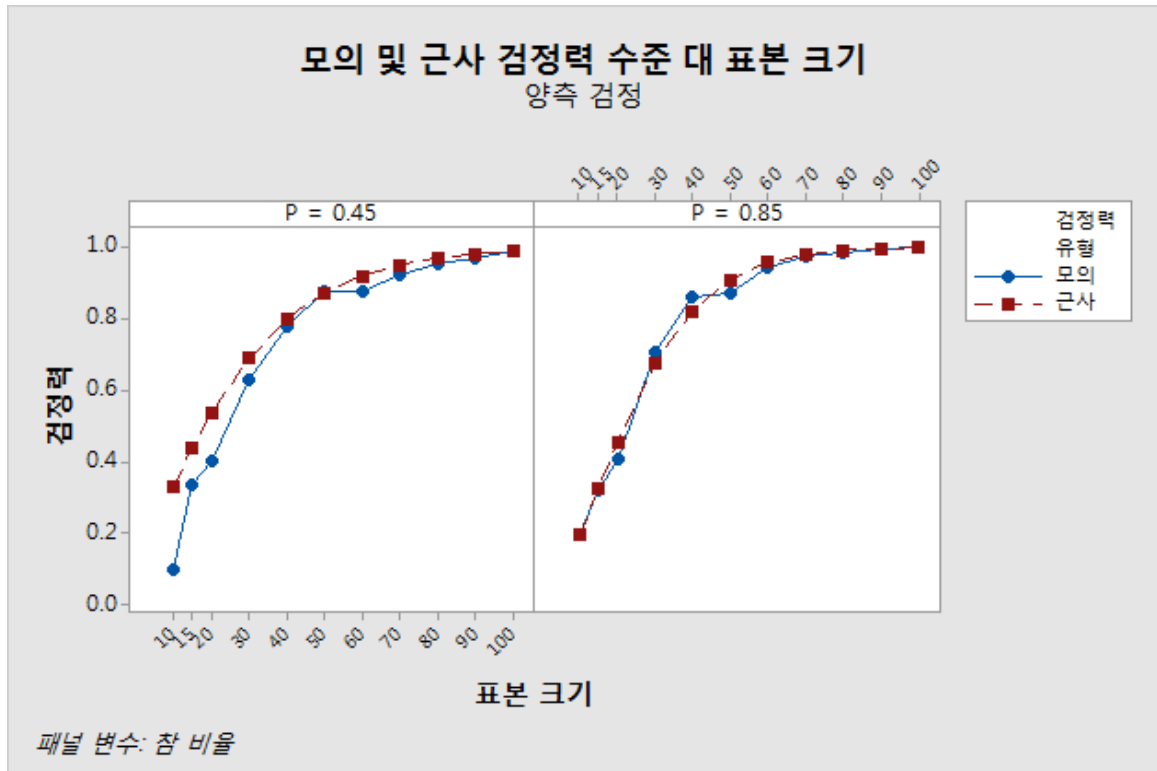


그림 1 표본 크기에 대한 양측 정확 검정의 모의 및 근사 검정력 수준 그래프

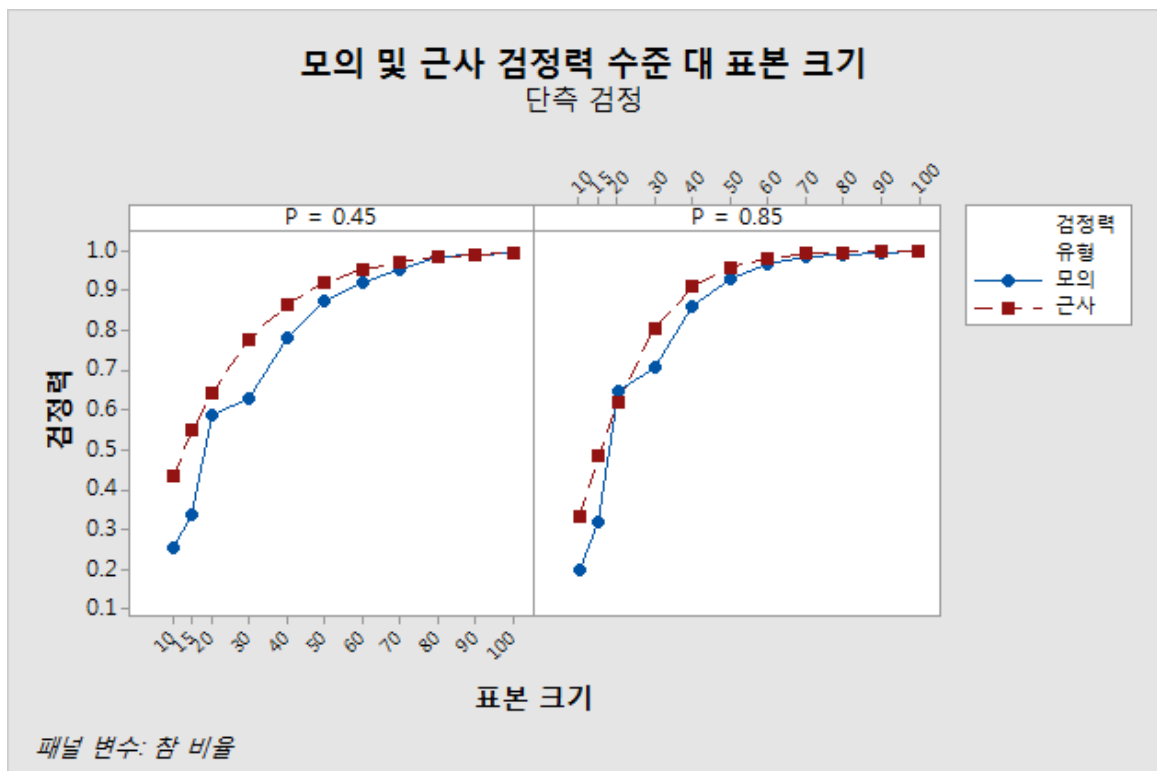


그림 2 표본 크기에 대한 단측 정확 검정의 모의 및 근사 검정력 수준 그래프

그림 1과 2의 각 패널에 표시된 검정력 곡선 2개는 표본 크기가 작은 소수의 경우를 제외하고 서로 가깝습니다. 곡선이 가깝다는 것은 정확 검정을 실제 상황에 적용할 때 근사 검정력 함수가 모의 검정력 수준과 가깝게 일치함을 나타냅니다. 그러므로 근사 검정력 함수를 사용하여 표본 크기를 적절히 추정할 수 있습니다.

그림 1과 2에는 이론적(근사) 검정력 곡선이 대체로 모의 검정력 곡선보다 더 높은 것으로 나타나 있습니다. 근사 검정력 곡선이 더 높은 이유는 목표 유의 수준(0.05)의 값이 정확하다는 가정 하에 이론적 검정력 수준을 계산했기 때문입니다. 이에 비해 정확 검정은 특히 표본이 작을 때 보수적인 경향이 있으므로 목표 수준보다 작은 실제 유의 수준을 생성합니다. 그 결과 모의 검정력 수준은 표본 크기가 작을 때 더 작은 경향이 있습니다.

결론적으로, 시뮬레이션에서는 정규 근사 검정의 이론적 검정력 함수가 정확 (우도 비) 검정의 검정력과 매우 유사한 것으로 나타났습니다. 따라서 정규 근사 검정의 이론적 검정력 함수는 정확 검정이 실제로 중요한 차이를 탐지하는 데 충분한 검정력을 갖는 데 필요한 표본 크기를 추정하는 확실한 기초가 됩니다.

© 2015, 2017 Minitab Inc. All rights reserved.

Minitab®, Quality. Analysis. Results.® and the Minitab® logo are all registered trademarks of Minitab, Inc., in the United States and other countries. See [minitab.com/legal/trademarks](http://minitab.com/legal/trademarks) for more information.