

이 문서는 Minitab 통계 소프트웨어의 보조 도구에서 사용되는 방법과 데이터 검사를 개발하기 위해 Minitab 통계 학자들이 실시한 연구에 대해 설명하는 전체 백서 중 하나입니다.

# 실험 계획법(DOE)

## 개요

보조 도구 DOE는 핵심 Minitab에서 사용 가능한 DOE 요소의 일부를 포함하며, 설계를 만들고 분석하는 프로세스를 간소화하는 순차적 실험 프로세스를 사용합니다. 이 프로세스는 설계를 선별하여 가장 중요한 요인을 식별하는 것부터 시작됩니다. 그런 다음, 곡면성을 찾기 위한 고해상도 설계를 제공하고 반응을 최적화하는 요인 설정을 확인하기 위해 사용할 수 있는 최종 모형을 결정합니다.

이 문서에서는 실험 프로세스의 각 단계에 대해 요약합니다. 또한 보조 도구에서 제공할 설계를 결정한 방법에 대해 설명합니다(검정력 역할 포함). 데이터에서 곡면성을 탐지하고 적합화하는 프로세스에 대해서도 설명합니다. 이 문서에서는 데이터를 분석하고 최적 모형을 식별하는 데 사용하는 방법도 설명합니다.

또한 보조 도구 보고서 카드의 다음 데이터 검사에 대한 추가 정보도 제공합니다.

- 블럭
- 비정상 데이터
- 탐지 기능

# 방법

## 순차 실험 프로세스

보조 도구의 DOE 기능은 가장 중요한 요인을 식별하고 반응을 최적화하는 요인 설정을 찾기 위해 하나 이상의 실험을 설계하고 분석하는 순차적인 프로세스를 안내합니다. 순차 실험 방식에서는 각 단계의 결과가 다음 실험 단계의 기준치가 되는 일련의 작은 실험을 사용합니다. 순차적 방식의 장점은 각 단계에 소수의 실험만 실행되기 때문에 비생산적인 실험에 리소스를 낭비할 가능성이 더 적다는 데 있습니다.

보조 도구는 핵심 Minitab에서 사용 가능한 DOE 기능의 일부를 설계 생성 및 분석 프로세스를 단순화하는 구조화된 형식으로 제공합니다. 이 프로세스의 단계는 다음과 같습니다.

1. 6-15개 요인에 대한 선별 설계를 만듭니다.
2. 주 효과를 포함하고 결과를 분석하여 가장 중요한 요인을 찾는 선별 모형을 적합화합니다.
3. 2단계의 결과를 토대로 가장 중요한 2-5개 요인이 포함된 모형화 설계를 만듭니다.
4. 주 효과와 2차 교호작용을 포함하고 결과를 분석하는 선형 모형을 적합화하며 요인과 반응 사이의 관계에서 곡면성의 증거를 찾습니다.
5. 4단계에서 곡면성이 탐지되지 않으면 해당 모형을 사용하여 반응을 최적화하는 요인 설정을 식별합니다.
6. 4단계에서 곡면성이 탐지되면 보조 도구는 곡면성에 대한 점을 설계에 추가할 것을 권장합니다.
7. 제곱 항을 포함하는 2차 모형을 적합화하여 곡면성을 모형화하고 결과를 분석합니다.
8. 최종 모형을 사용하여 반응을 최적화하는 요인 설정을 식별합니다.

다음 내용에서는 보조 도구 DOE의 측면에 대해 자세히 설명합니다.

- 선별 설계
- 모형화 설계
- 모형 적합

## 선별 설계

일반적으로, 순차적 실험 프로세스는 다수의 잠재적 요인으로 시작한 후 반응에 영향을 거의 미치지 않는 요인을 제거합니다. 선별 설계는 더 큰 요인 집합에서 소수의 가장 중요한 요인을 식별하기 위한 실험 설계입니다. 보조 도구에서는 6-15개 요인에 대한 선별 설계가 제공됩니다.

### 설계 유형

보조 도구 선별 설계는 해 III 2-수준 설계의 특수 유형인 Plackett-Burman 설계입니다.

Plackett-Burman 설계의 장점은 크게 두 가지가 있습니다.

- 매우 적은 수의 실험(최대 12회)을 사용하여 요인의 주 효과를 추정할 수 있습니다. 실험에는 많은 비용이 들기 때문에 이 설계를 통해 설계의 경제성을 높일 수 있습니다.
- 주 효과와 2-요인 교호작용 사이에는 부분적이거나 단편적인 교락만 있습니다. 서로 떼어서 추정할 수 없는 효과는 교락되어 있다고 말합니다. Plackett-Burman 설계에서 교락이 부분적이라고 간주되는 이유는 각 효과의 기여도가 전체 교호작용 효과의 크기에 비해 매우 작기 때문입니다.

당사는 선별 목적을 위해 주 효과만 추정하고 교호작용 항은 추정하지 않는 Plackett-Burman 설계를 사용하는 방법이 합리적이라고 결정했습니다. 선별 설계는 수많은 요인을 포함합니다. 모형의 각 항에 대해 런이 한 번 이상 요구되고 교호작용 항의 수가 주 효과의 수보다 더 빨리 증가하기 때문에, 대부분의 상황에서는 교호작용이 있는 모형을 적합화하는 것이 실용적이거나 경제적이지 않습니다. 또한 대부분의 경우에는 소수의 요인만 반응에 대한 대부분의 효과를 설명합니다. 선별 설계의 목적은 이런 요인을 식별하는 것이며, Plackett-Burman 설계를 통해 사용자는 이처럼 중요한 주 효과를 식별할 수 있습니다. 또한 Plackett-Burman 설계에서 항 사이의 교락은 앞에서 언급한 대로 부분적일 뿐이므로 중요한 주 효과가 실제로는 유의한 2-요인 교호작용일 가능성이 더 낮습니다.

### 검정력과 접기

당사는 설계 카탈로그를 제작할 때 검정력이 적합한 설계만 제공하는 것을 목표로 삼았습니다. 당사는 모든 설계의 검정력을 계산했으며, 10개 또는 11개 요인에 대한 12-런 Plackett-Burman 설계를 포함한 일부 설계를 낮은 검정력으로 인해 제외했습니다. 10개 또는 11개 요인을 포함하는 설계에는 20-런 Plackett-Burman 설계만 사용 가능합니다. 16개, 17개 및 18개 요인에 대한 설계도 검정력이 낮고 런 수가 상대적으로 많기 때문에 제외되었습니다. 설계의 구체적인 검정력에 대한 자세한 내용은 탐지 기능 관련 항목을 참조하십시오.

6-9개 요인을 포함한 설계에는 실험에 런을 추가하여 설계의 정밀도와 검정력을 높이는 접기가 허용됩니다. 경우에 따라 설계에 런을 추가하여 중요한 효과의 탐지 가능성을 높이는 것이 바람직할 수 있습니다. 접기를 사용하면 높은 요인 수준과 낮은 요인 수준을 전환하여 모든 또는 일부 요인 수준을 반대로 하는 새로운 런이 설계에 추가됩니다. 접기는 주 효과와 2-요인 교호작용 사이의 부분 교락을 제거하여 교락으로 인한 주 효과 추정치의 치우침도 줄입니다. 선별 설계 요약 보고서 만들기의 탐지 기능 항목에서는 사용자가 설계의 검정력이 적절한 크기의 효과를 탐지하기 위해 충분한지 판단하는 데 도움이 되는 정보를 제공합니다.

## 모형화 설계

중요 요인을 2-5개 식별한 후 Minitab은 반응을 최적화하는 요인 설정을 식별하기 위해 사용할 수 있는 모형을 얻기 위한 모형화 설계를 만들 것을 권장합니다.

### 설계 유형

2-5개 요인 모형화 설계는 모두 완전 요인 또는 해 V 설계입니다. 해당 설계는 항 사이에 교락이 없는 모든 주 효과 및 2-요인 교호작용 항을 적합화하기 위해 사용할 수 있습니다. 고차원 항의 일부 또는 전체(예: 3-요인 교호작용)는 모형의 항과 교락될 수 있습니다. 그러나 고차원 항은 종종 주 효과와 2-요인 교호작용 항에 비해 미미하다고 가정할 수 있습니다.

당사는 검정력이 적합한 설계만 제공한다는 목표로 설계 카탈로그를 제작했습니다. 그 결과 4-런 2-요인 설계를 없앴으며, 2-요인에 대한 4-런 반복실험 설계를 사용합니다.

### 중앙점과 곡면성 모형화

보조 도구의 모형화 설계에는 데이터에 곡면성이 있는지 확인하기 위한 중앙점도 있습니다. 이러한 중앙점은 모든 연속 요인이 낮은 설정과 높은 설정 사이의 중간에 배치되는 점을 말합니다. 곡면성이 없으면 중앙점에서의 평균 반응이 요인의 낮은 설정과 높은 설정(설계 공간의 구석)에서의 평균 반응의 평균과 같습니다. 곡면성은 중앙점에서의 평균 반응 평균이 낮은 설정과 높은 설정에서 요인의 평균 반응 평균보다 훨씬 크거나 작을 때 탐지됩니다.

중앙점은 곡면성을 탐지할 수 있지만, 곡면성을 모형화하기 위한 충분한 정보를 제공하지 않습니다. 곡면성을 모형화하려면 제공 항이 필요하므로 설계에 점을 더 많이 추가해야 합니다. 이러한 추가 점은 설계를 면 중심 중앙 합성 설계로 변환합니다. 이 설계는 반응 표면 설계의 한 형태로, 이 설계를 통해 선형 주 효과와 모든 2-요인 교호작용, 그리고 모든 연속 요인의 제공 항이 있는 2차 모형을 적합화할 수 있습니다.

## 후진 선택을 사용하여 모형 적합화

당사는 모형을 적합화하는 몇 가지 방법을 조사한 후 0.10의  $\alpha$ 를 사용한 후진 선택이 최선의 방법이라고 결정했습니다. Minitab은 모형을 적합화할 때 모든 가능한 항을 포함시키는 것부터 시작합니다. 그런 다음 모형의 계층 구조를 유지하면서 가장 유의하지 않은 항을 하나씩 제거합니다. 계층 구조란 교호작용 항이 유의하면 교호작용을 구성하는 모든 요인의 선형 항도 모형에 포함되어야 함을 뜻합니다. 이는 후진 선택의 한 형태로, 일반적으로 수동으로 수행되는 모형 선택 프로세스를 자동화합니다. 보조 도구 DOE의 모든 설계에서 항은 독립적이거나 (제공 항의 경우) 거의 독립적입니다. 따라서 요인이 서로 상관 관계가 있음을 나타내는 다중 공선성이 발생할 가능성이 거의 없습니다. 다중 공선성은 단계적 절차에서 최선의 모형을 누락시키는 원인이 될 수 있습니다. 흔히 사용되는  $\alpha = 0.05$  대신  $\alpha = 0.10$ 을 사용하면 검정의 검정력을 높이는 데 도움이 되며, 중요한 항이 모형에 남아 있는 확률이 높아집니다.

# 데이터 검사

## 블록

블록은 실험 설계에서 노이즈 변수, 누락된 변수 또는 각 블록에서 런이 수행된 방법의 차이와 같은 외부 요인이 실험에 미치는 영향으로 인한 치우침과 오류를 최소화하기 위해 사용됩니다. 함께 수행되는 실험 런을 블록에 배치하여 블록 간에 차이가 존재하는지 판단하고 모형에서 해당 차이를 감안할 수 있습니다.

## 목적


보조 도구 DOE에서는 모형화 설계를 만들 때 설계의 반복실험을 포함시키고 축 점을 모형화 설계에 추가하여 모형에서 곡면성을 최적화할 수 있습니다. 종종 반복실험과 축 점은 기본 설계의 런과 다른 시간 또는 다른 조건에서 수행됩니다. 런을 다른 시간 또는 다른 조건에서 수행할 때는 서로 다른 조건으로 인한 잠재적인 효과를 감안하는 것이 최선의 방법입니다.

## 방법

Minitab은 반복실험 또는 축 점과 기본 설계의 실험 조건 간에 존재할 수 있는 차이를 감안하여 반복실험과 축 점을 별도의 블록에 배치합니다. 구체적으로, Minitab은 모형화 설계에서 기본 설계의 반복실험을 모형의 별도 블록에 배치합니다. Minitab은 2차 설계에서 설계의 곡면성을 탐지하는 데 사용되는 축 점을 별도의 블록에 배치합니다.

## 결과

모형의 다른 항을 일관성있게 처리하기 위해 후진 제거 방법을 사용하여 블록을 평가합니다. 보고서 카드는 블록 항이 통계적으로 유의하여 블록 간에 차이가 있음을 나타내는지 여부를 명시합니다. 블록 간에 차이가 있으면 원인을 조사하여 실험 조건 또는 절차에 일치하지 않는 부분이 있는지 확인해 보십시오.

상태	조건
	<p><b>블럭이 최종 모형에 있음</b></p> <p>블럭은 유의합니다. 각 블럭에서 런은 일반적으로 서로 다른 시간에 수행되기 때문에 블럭에 유의한 차이가 있으면 시간이 지나면서 조건이 바뀌었을 수 있음을 나타냅니다. 이런 차이는 실험에 영향을 미치는 노이즈 변수, 실험에 포함되었어야 하는 누락된 변수 또는 각 블럭에서 런이 수행되는 방법의 차이와 같은 외부적인 요인에 기인할 수 있습니다. 블럭 간에 차이가 있는 이유를 조사해 보십시오.</p>
	<p><b>블럭이 최종 모형에 없음</b></p> <p>블럭은 유의하지 않습니다. 일반적으로 각 블럭의 런이 서로 다른 시간에 수행되기 때문에 이 결과는 시간에 따라 실험 조건이 다르다는 증거가 없음을 나타냅니다.</p>

## 비정상적인 데이터

보조 도구 DOE 절차에서는 비정상적인 데이터를 큰 표준화 잔차가 있는 관측치로 정의합니다. 이는 모형 적합 절차에서 비정상 데이터를 구분하는 데 일반적으로 사용되는 기준입니다(Neter 외, 1996). 비정상적인 데이터는 결과에 중대한 영향을 미칠 수 있기 때문에 분석이 유효하려면 데이터를 수정해야 합니다.

### 목적

당사는 데이터 점이 비정상적임을 나타내기 위해 표준화 잔차가 얼마나 커야 하는지 결정하고자 했습니다.



### 방법

당사는 Minitab의 표준 DOE 절차에 따라 비정상적인 관측치를 식별하기 위한 기준을 개발했습니다(통계분석 > DOE > 요인 > 요인 설계 분석 및 통계분석 > DOE > 반응 표면 > 반응 표면 설계 분석).

### 결과

표준화 잔차는 잔차 값  $e_i$ 를 해당 표준 편차의 추정치로 나눈 값과 같습니다. 일반적으로, 표준화 잔차의 절대값이 2보다 크면 관측치가 비정상적으로 간주됩니다. 그러나 이 기준치는 약간 보수적입니다. 큰 데이터 세트에서는 확률적으로 모든 관측치의 약 5%가 이 기준을 충족할 것이라고 예상할 수 있습니다(오류가 정상 분포를 보일 경우). 그러나 실험 데이터 세트가 작을 경우에는 비정상적으로 분류되는 관측치가 확률적으로 거의 없거나 전혀 없을 것이며, 비정상 값의 원인을 조사하는 것이 좋습니다.

비정상 데이터가 있는지 확인할 때 보조 도구 보고서 카드에 다음과 같은 상태가 표시됩니다.

상태	조건
	<p><b>2 이상인 표준화 잔차 없음</b></p> <p>비정상적인 데이터 점이 없습니다. 비정상적인 데이터는 결과에 심각한 영향을 미칠 수 있습니다.</p>
	<p><b>2 이상인 표준화 잔차 1개</b></p> <p>데이터 점 하나에 큰 잔차가 있고 모형에 의해 잘 적합화되지 않습니다. 이 점은 진단 보고서에 빨간색으로 표시되며, 워크시트의 X 행에 있습니다. 비정상적인 데이터는 결과에 중대한 영향을 미칠 수 있기 때문에 해당 점의 비정상적인 특성이 발생한 원인을 파악해 보십시오. 데이터 입력 또는 측정 오류를 모두 수정합니다. 특수 원인과 관련된 시행을 다시 수행하고 분석을 다시 실시하는 방안을 고려하십시오.</p> <p><b>2 이상인 표준화 잔차 2개 이상</b></p> <p>x 데이터 점에 큰 잔차가 있고 모형에 의해 잘 적합화되지 않습니다. 해당 점은 진단 보고서에 빨간색으로 표시됩니다. 점 위로 이동하거나 Minitab의 브러싱 기능을 사용하여 워크시트 행을 식별할 수 있습니다. 비정상적인 데이터는 결과에 중대한 영향을 미칠 수 있기 때문에 해당 데이터의 비정상적인 특성이 발생한 원인을 파악해 보십시오. 모든 데이터 입력 또는 측정 오류를 수정하십시오. 특수 원인과 관련된 시행을 다시 수행하고 분석을 다시 실시하는 방안을 고려하십시오.</p>

## 탐지 기능

설계된 실험을 수행할 경우 데이터를 수집하기 전에 설계에서 탐지할 가능성이 높은 효과의 크기를 알면 유용합니다. 설계의 검정력이 원하는 크기의 효과를 탐지할 수 있을 만큼 강력하지 않으면 설계에 런을 더 많이 포함시켜야 할 수 있습니다. 그러나 설계에 런을 더 많이 포함시키려면 많은 비용이 들 수 있기 때문에 검정력이 추가로 필요한지 결정하는 것이 중요합니다.

### 목적

당사는 사용자의 설계가 60% 및 80% 검정력 수준에서 탐지할 수 있는 효과 크기에 대한 정보를 사용자에게 제공하길 원했습니다. 또한 가능할 경우 추가 런을 포함하는 설계의 효과 크기에 대한 정보도 제공하고자 했습니다. 요인이 6-9개인 선별 설계의 경우, 사용자는 설계에 12개 또는 24개의 런을 포함시킬 수 있습니다. 모형화 설계의 경우 사용자는 기본 설계의 반복실험을 포함시켜 설계의 총 런 수를 늘릴 수 있습니다.



## 방법

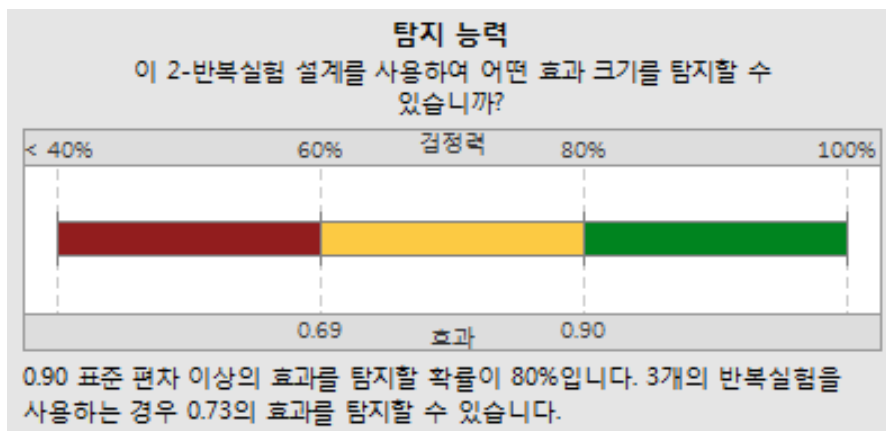
당사는 보조 도구의 각 설계에 대해 탐지할 수 있는 검정력과 효과 크기를 계산했습니다. 검정력은 요인 효과가 통계적으로 유의하다고 확인될 확률입니다. 효과 크기는 표준 편차 단위로 표시됩니다.

## 결과

요약 보고서에는 사용자의 설계를 사용하여 60% 검정력과 80% 검정력으로 탐지할 수 있는 효과 크기가 나와 있습니다. 더 큰 (접힌) 설계를 사용할 수 있는 선별 설계에 대해 보고서에는 더 큰 설계에서 80% 검정력으로 탐지할 수 있는 크기 효과도 명시되어 있습니다. 더 많은 반복실험을 사용할 수 있는 모형화 설계에 대해 보고서에는 추가적인 반복실험을 사용하여 80% 검정력으로 탐지할 수 있는 효과 크기가 명시되어 있습니다. 따라서 사용자는 선택한 설계가 적절한지 판단하고 가능할 경우 런이 더 많은 설계를 사용하는 것의 이점을 평가할 수 있습니다.

각 설계가 60% 검정력과 80% 검정력으로 탐지할 수 있는 효과 크기에 대한 자세한 내용은 부록 A를 참조하십시오.

다음 그림은 요약 보고서에 제시된 검정력 정보의 예입니다.



# 참고 문헌

Neter, J., Kutner, M.H., Nachtsheim, C.J., & Wasserman, W. (1996). *Applied linear statistical models*. Chicago: Irwin.

# 부록 A: 탐지 기능

당사는 보조 도구의 각 설계에 대해 탐지할 수 있는 검정력과 효과 크기를 계산했습니다. 검정력은 요인 효과가 통계적으로 유의하다고 확인될 확률입니다. 효과 크기는 표준 편차 단위로 표시됩니다.

모형 항과 관련된 효과 크기는 실제 모형 등식에서 항의 계수의 2배입니다. 선별 모형에서 효과 크기의 해석은 간단합니다. 즉, 요인이 낮은 수준에서 높은 수준으로 바뀔 때 반응 평균이 변하는 크기입니다.

표 1 아래 표에는 보조 도구에서 사용 가능한 선별 설계의 효과 크기가 나와 있습니다.

요인	런 수	검정력이 60%일 때 효과	검정력이 80%일 때 효과
6	12	1.27325	1.67693
6	24	0.80721	1.05805
7	12	1.3282	1.75498
7	24	0.80936	1.06092
8	12	1.43101	1.90493
8	24	0.8118	1.06420
9	12	1.68682	2.29728
9	24	0.81462	1.06797
10	20	0.919135	1.20607
11	20	0.928949	1.21945
12	20	0.941923	1.23725
13	20	0.959863	1.26206
14	20	0.986258	1.29895
15	20	1.02882	1.3594

표 2 아래 표에는 보조 도구에서 사용 가능한 모형화 설계의 효과 크기가 나와 있습니다.

총 요인	범주형 요인	반복실험	검정력이 60%일 때 효과	검정력이 80%일 때 효과
2	0	2	1.517676	1.995488
2	0	4	0.991255	1.299356
2	0	6	0.795584	1.042572
2	1	2	1.489312	1.956272
2	1	4	0.986308	1.292747
2	1	6	0.79336	1.039623
2	2	2	1.626711	2.149402
2	2	4	1.012132	1.32742
2	2	6	0.805317	1.055524
3	0	1	1.752624	2.333048
3	0	2	1.001723	1.313394
3	0	3	0.79841	1.046325
3	0	4	0.685061	0.89768
3	0	5	0.609738	0.798946
3	1	1	1.626711	2.149402
3	1	2	0.994252	1.303368
3	1	3	0.795584	1.042572
3	1	4	0.683497	0.895612
3	1	5	0.608716	0.797597
3	2	1	1.468798	1.928128
3	2	2	0.977848	1.281481

총 요인	범주형 요인	반복 실험	검정력이 60%일 때 효과	검정력이 80%일 때 효과
3	2	3	0.788844	1.033647
3	2	4	0.679641	0.890522
3	2	5	0.606149	0.794214
3	3	1	3.804252	5.7928
3	3	2	1.038597	1.363392
3	3	3	0.811803	1.064195
3	3	4	0.692413	0.907434
3	3	5	0.614534	0.805288
4	0	1	1.053102	1.383293
4	0	2	0.689744	0.903887
4	0	3	0.556612	0.729334
4	0	4	0.47976	0.628615
4	0	5	0.428010	0.560802
4	1	1	1.038597	1.363392
4	1	2	0.688304	0.901977
4	1	3	0.556027	0.728562
4	1	4	0.479427	0.628176
4	1	5	0.427789	0.560511
4	2	1	1.006462	1.319772
4	2	2	0.684233	0.896585
4	2	3	0.554302	0.726288
4	2	4	0.478427	0.626861

총 요인	범주형 요인	반복 실험	검정력이 60%일 때 효과	검정력이 80%일 때 효과
4	2	5	0.427119	0.559631
4	3	1	0.982394	1.287529
4	3	2	0.679988	0.890980
4	3	3	0.552383	0.723762
4	3	4	0.477284	0.625358
4	3	5	0.426341	0.558609
4	4	1	1.102670	1.452267
4	4	2	0.694658	0.910421
4	4	3	0.558674	0.732059
4	4	4	0.480955	0.630190
4	4	5	0.428812	0.561858
5	0	1	1.460831	1.989497
5	0	2	0.694658	0.910421
5	0	3	0.557797	0.730899
5	0	4	0.480244	0.629252
5	0	5	0.428261	0.561133
5	1	1	1.239292	1.649714
5	1	2	0.692413	0.907434
5	1	3	0.557051	0.729913
5	1	4	0.47985	0.628733
5	1	5	0.428010	0.560802
5	2	1	1.053102	1.383293

총 요인	범주형 요인	반복 실험	검정력이 60%일 때 효과	검정력이 80%일 때 효과
5	2	2	0.686516	0.899606
5	2	3	0.554925	0.727108
5	2	4	0.478694	0.627212
5	2	5	0.427261	0.559817
5	3	1	0.994252	1.303368
5	3	2	0.680992	0.892303
5	3	3	0.552683	0.724156
5	3	4	0.477418	0.625533
5	3	5	0.426414	0.558704
5	4	1	0.970149	1.271267
5	4	2	0.676819	0.886805
5	4	3	0.550801	0.721681
5	4	4	0.476297	0.624062
5	4	5	0.425652	0.557704
5	5	2	0.703042	0.92162
5	5	3	0.560538	0.734525
5	5	4	0.481695	0.631166
5	5	5	0.429191	0.562356

© 2015, 2017 Minitab Inc. All rights reserved.

Minitab®, Quality. Analysis. Results.® and the Minitab® logo are all registered trademarks of Minitab, Inc., in the United States and other countries. See [minitab.com/legal/trademarks](http://minitab.com/legal/trademarks) for more information.