
INFORME TÉCNICO SOBRE EL ASISTENTE DE MINITAB

Este documento forma parte de un conjunto de informes técnicos que explican la investigación llevada a cabo por los especialistas en estadística de Minitab para desarrollar los métodos y las verificaciones de datos que se utilizan en el Asistente de Minitab Statistical Software.

Estudio R&R del sistema de medición (cruzado)

Introducción

Los estudios del sistema de medición se realizan en casi cualquier tipo de industria con el fin de monitorear y mejorar un proceso de producción de manera apropiada. En un estudio típico, se utiliza un sistema de medición para obtener mediciones repetidas de partes específicas seleccionadas por diferentes operadores. Con frecuencia, en dichos estudios, se generan dos componentes de variabilidad de los sistemas de medición: repetibilidad y reproducibilidad. La repetibilidad representa la variabilidad cuando el mismo operador mide la misma parte con el sistema de medición. La reproducibilidad se refiere a la variabilidad que se produce cuando diferentes operadores miden la misma parte. Por lo tanto, los estudios del sistema de medición con frecuencia se conocen como estudios de repetibilidad y reproducibilidad del sistema de medición o estudios R&R del sistema de medición.

El principal propósito del estudio de un sistema de medición es determinar cuánta variación en los datos se debe al sistema de medición y si el sistema de medición está en capacidad de evaluar el rendimiento del proceso. Para obtener discusiones detalladas sobre estudios de sistemas de medición, véase el manual de MSA (2003), Montgomery y Runger (1993), y Burdick, Borror, y Montgomery (2005).

El comando Estudio R&R del sistema de medición (Cruzado) del Asistente está diseñado para analizar datos provenientes de estudios de sistemas de medición típicos. Adopta el método más común de ajustar los datos de las mediciones con un modelo ANOVA y estima diferentes fuentes de variación en el sistema de medición utilizando los componentes de varianza en el modelo.

Si utiliza directrices típicas para saber cuántos datos debe recolectar para los estudios R&R del sistema de medición, los componentes de varianza pudieran no calcularse de manera precisa

(Montgomery y Runger, 1993a, 1993b; Vardeman y VanValkenburg, 1999). El Asistente indica si el número de partes y el número de operadores son menores que determinados valores, los cuales pudieran afectar la precisión de las estimaciones de la variación de parte a parte y entre operadores. Realizamos simulaciones para identificar el número de partes, operadores y réplicas que se necesitaría para obtener estimaciones precisas.

Utilizando los resultados de nuestra simulación y prácticas ampliamente aceptadas en análisis de sistemas de medición, desarrollamos las siguientes verificaciones de datos para el Estudio R&R del sistema de medición (Cruzado). El Asistente realiza estas verificaciones de datos de manera automática e informa los resultados en la Tarjeta de informe.

- Cantidad de datos
 - Variación del proceso
 - Variación de las mediciones

En este documento, investigamos la manera como estas verificaciones de datos se relacionan con el análisis del sistema de medición en la práctica y describimos cómo establecimos las directrices para cada verificación de datos.

Verificaciones de datos

Cantidad de datos

Típicamente, las directrices para los estudios R&R de sistemas de medición recomiendan utilizar 10 partes, 2 o 3 operadores y 2 o 3 réplicas (AIAG, 2003; Raffaldi y Ramsier, 2000; Tsai, 1988). Sin embargo, el tamaño de la muestra recomendado no es suficientemente grande para calcular la variación entre partes con una precisión considerable y, por lo tanto, pudiera no proporcionar una base razonable para evaluar si se utiliza o no un sistema de medición particular (Montgomery y Runger, 1993a, 1993b; Vardeman y VanValkenburg, 1999).

Para establecer directrices para la cantidad de datos apropiada, nos enfocamos en cuántas partes se deben evaluar para obtener estimaciones de la variación entre partes con diferentes niveles de precisión. También evaluamos cuántos operadores se deben utilizar para obtener una estimación precisa de la variación de las mediciones. Finalmente, investigamos el número de observaciones requeridas para obtener estimaciones de la repetibilidad del sistema de medición con diferentes precisiones.

Número de partes para calcular la variación entre partes con diferentes niveles de precisión

Objetivo

Queríamos determinar cuántas partes se deben evaluar para obtener estimaciones de la variación entre partes con diferentes niveles de precisión.

Método

Realizamos un estudio de simulación utilizando 5000 muestras. Para todas las muestras, estimamos la desviación estándar de las partes y calculamos el cociente de la desviación estándar estimada sobre la desviación estándar real. Ordenamos las relaciones de menor a mayor y utilizamos las relaciones 125 y 4875 para definir el intervalo de confianza de 95%; las relaciones 250 y 4750 definen el intervalo de confianza de 90%. Utilizando estos intervalos de confianza, identificamos cuántas partes se necesitan para estimar la variación entre partes con diferentes niveles de precisión.

Resultados

Con base en el estudio de simulación, concluimos lo siguiente:

- Utilizando 10 partes, 3 operadores y 2 réplicas, el cociente del intervalo de confianza de 90% sobre la desviación estándar real es aproximadamente (0.61, 1.37), con un margen de error de entre 35% y 40%. Con una confianza de 95%, el intervalo es aproximadamente (0.55, 1.45), con un margen de error de 45%. Por lo tanto, 10 partes

no son suficientes para producir una estimación precisa para el componente de variación entre partes.

- Se necesitan aproximadamente 35 partes para tener una confianza de 90% para estimar la variación entre partes dentro de un 20% del valor real.
- Se necesitan aproximadamente 135 partes para tener una confianza de 90% para estimar la variación entre partes dentro de un 10% del valor real.

También determinamos que estos resultados se aplican a sistemas de medición aceptables, marginales e inaceptables.

Véase el Apéndice A para obtener una explicación detallada de la simulación y sus resultados.

Número de operadores para calcular la variación entre partes con diferentes niveles de precisión

Objetivo

Queríamos determinar cuántos operadores deben evaluar partes para obtener estimaciones de la variación entre operadores con diferentes niveles de precisión.

Método

La desviación estándar de las partes y la desviación estándar de los operadores se estiman utilizando el modelo ANOVA. Por lo tanto, el método utilizado en la simulación para el número de partes para estimar la variación entre partes también se aplica al número de operadores para estimar la variación entre operadores.

Resultados

Dos o tres operadores no son suficientes para proporcionar una estimación precisa de la reproducibilidad. Sin embargo, el problema es menos crítico si la magnitud de la variación entre partes es mucho mayor que la variación entre operadores, lo cual es un escenario probable para diversas aplicaciones.

Véase el Apéndice A para obtener una explicación detallada de la simulación y sus resultados.

Número de observaciones para repetibilidad con diferentes niveles de precisión

Objetivo

Queríamos determinar cómo el número de observaciones afecta la estimación de la repetibilidad y si 10 partes, 3 operadores y 2 réplicas pueden proporcionar una estimación razonablemente precisa para la variación de la repetibilidad.

Método

El cociente de la desviación estándar de la repetibilidad estimada sobre su valor real sigue una distribución de chi-cuadrado. Para determinar el número de observaciones necesarias para obtener una estimación razonablemente precisa de repetibilidad, calculamos los límites inferior y superior del cociente asociado con una probabilidad del 90% y graficamos los resultados.

Resultados

En un estudio del sistema de medición típico (por ejemplo, número de partes = 10, número de operadores = 3 y número de réplicas = 2), los grados de libertad para el error son iguales a 30, lo que le permite tener una confianza de 90% de que estimará la repetibilidad dentro de un 20% del valor real. Bajo condiciones típicas, la estimación de repetibilidad es razonablemente precisa. Véase el Apéndice B para obtener más detalles.


Resultados generales

Nuestros estudios indican de manera clara que las condiciones típicas utilizadas en un estudio del sistema de medición no son adecuadas para proporcionar estimaciones precisas de la variación entre partes y la variación de la reproducibilidad, las cuales afectan el cociente de la variación del sistema de medición sobre la variación del proceso total y, finalmente, la decisión sobre si el sistema de medición es aceptable. Generalmente, la variación entre partes es mayor que la variación de la reproducibilidad y, por lo tanto, su precisión tiene mayor impacto sobre si se acepta un sistema de medición. Sin embargo, en numerosas aplicaciones, pudiera no ser factible seleccionar 35 o más partes y contar con múltiples operadores para que las midan dos veces.

Considerando las condiciones del R&R del sistema de medición típico utilizadas en la práctica y los resultados de nuestra simulación, el Asistente utiliza los siguientes métodos para incentivar a los usuarios para que obtengan estimaciones precisas de los componentes de la varianza:

1. Proporcionar una opción en el cuadro de diálogo para que los usuarios ingresen una estimación de la variación del proceso obtenida a partir de un conjunto de datos histórico. En la mayoría de los casos, la estimación de un conjunto de datos histórico de gran tamaño posee mayor precisión que la estimación de los datos de muestras.
2. Si no está disponible la estimación histórica, y el número de partes es pequeño, mostramos un mensaje para recordarles a los usuarios que seleccionen más de 10 partes para obtener estimaciones más precisas.

Con base en la cantidad de datos, la Tarjeta de informe del Asistente muestra información sobre la variación del proceso y la variación de las mediciones. Por ejemplo, si utiliza 10 partes y 3 operadores y especifica una desviación estándar histórica, aparecerá la siguiente verificación de datos en la Tarjeta de informe:

Estado	Condición
	<p>Para determinar si un sistema de medición puede evaluar el rendimiento de un proceso, usted necesita buenos estimados de la variación del proceso y la variación de las mediciones.</p> <p>Variación del proceso: consta de la variación entre las partes y las mediciones. Se puede estimar a partir de una muestra grande de datos históricos o de las partes del estudio. Usted ingresó una desviación histórica, de modo que ambas estimaciones están disponibles. Puede compararlas para determinar en qué grado coinciden. Si bien el número de partes de este estudio (10) satisface el requisito típico de 10, el valor histórico debe proporcionar una estimación más precisa de la variación del proceso.</p> <p>Variación de las mediciones: se estima a partir de las partes y se divide en Reproducibilidad y Repetibilidad. El número de partes (10) u operadores (3) satisface el requisito típico de 10 partes y 3 operadores. Esto es usualmente adecuado para estimar la repetibilidad, pero la estimación de la reproducibilidad es menos precisa. Si el %Proceso para la estimación de la reproducibilidad es grande, es recomendable que examine las diferencias entre los operadores y determine si es probable que dichas diferencias se extiendan a otros operadores.</p>

Abajo se muestran todos los mensajes para diferentes configuraciones de partes, operadores y réplicas.

VARIACIÓN DEL PROCESO

Desviación estándar histórica (partes < 10)

- Variación del proceso: consta de la variación entre las partes y las mediciones. Se puede estimar a partir de una muestra grande de datos históricos o de las partes del estudio. Usted ingresó una desviación histórica, de modo que ambas estimaciones están disponibles. Puede compararlas para determinar en qué grado coinciden. Debido a que el número de partes de este estudio es pequeño, el valor histórico debe proporcionar una estimación más precisa de la variación del proceso.

Desviación estándar histórica (partes ≥ 10 , ≤ 15)

- Variación del proceso: consta de la variación entre las partes y las mediciones. Se puede estimar a partir de una muestra grande de datos históricos o de las partes del estudio. Usted ingresó una desviación histórica, de modo que ambas estimaciones están disponibles. Puede compararlas para determinar en qué grado coinciden. Si bien el número de partes de este estudio satisface el requisito típico de 10, el valor histórico debe proporcionar una estimación más precisa de la variación del proceso.

Desviación estándar histórica (partes > 15, < 35)

- Variación del proceso: consta de la variación entre las partes y las mediciones. Se puede estimar a partir de una muestra grande de datos históricos o de las partes del estudio.

Usted ingresó una desviación histórica, de modo que ambas estimaciones están disponibles. Puede compararlas para determinar en qué grado coinciden. El número de partes de este estudio es mucho mayor que el requisito típico de 10. Si las partes seleccionadas representan la variabilidad del proceso típica, esta estimación de la variación del proceso debería ser mucho mejor que si utilizara 10 partes.

Desviación estándar histórica (partes ≥ 35)

- Variación del proceso: consta de la variación entre las partes y las mediciones. Se puede estimar a partir de una muestra grande de datos históricos o de las partes del estudio. Usted ingresó una desviación histórica, de modo que ambas estimaciones están disponibles. Puede compararlas para determinar en qué grado coinciden. El número de partes de este estudio es mucho mayor que el requisito típico de 10.

Sin desviación estándar histórica (partes < 10)

- Variación del proceso: consta de la variación entre las partes y las mediciones. Se puede estimar a partir de una muestra grande de datos históricos o de las partes del estudio. Usted decidió realizar las estimaciones partiendo de las partes, pero no dispone del requisito típico de 10. La precisión de esta estimación pudiera no ser adecuada. Si las partes seleccionadas no representan la variabilidad del proceso típica, considere ingresar una estimación histórica o utilizar más partes.

Sin desviación estándar histórica (partes $\geq 10, \leq 15$)

- Variación del proceso: consta de la variación entre las partes y las mediciones. Se puede estimar a partir de una muestra grande de datos históricos o de las partes del estudio. Usted decidió realizar las estimaciones partiendo de las partes. Si bien el número de partes satisface el requisito típico de 10, la estimación puede no ser precisa. Si las partes seleccionadas no representan la variabilidad del proceso típica, considere ingresar una estimación histórica o utilizar más partes.

Sin desviación estándar histórica (partes $> 15, < 35$)

- Variación del proceso: consta de la variación entre las partes y las mediciones. Se puede estimar a partir de una muestra grande de datos históricos o de las partes del estudio. Usted decidió realizar las estimaciones partiendo de las partes. El número de partes es mucho mayor que el requisito típico de 10. Si las partes seleccionadas representan la variabilidad del proceso típica, esta estimación de la variación del proceso debería ser mucho mejor que si utilizara 10 partes.

Sin desviación estándar histórica (partes ≥ 35)

- Variación del proceso: consta de la variación entre las partes y las mediciones. Se puede estimar a partir de una muestra grande de datos históricos o de las partes del estudio. Usted decidió realizar las estimaciones partiendo de las partes. El número de partes es mucho mayor que el requisito típico de 10. Si las partes seleccionadas representan la

variabilidad del proceso típica, esta estimación de la variación del proceso debería ser adecuada.

VARIACIÓN DE LAS MEDICIONES

Operadores ≤ 2 o Partes < 10

- Variación de las mediciones: se estima a partir de las partes y se divide en Reproducibilidad y Repetibilidad. El número de partes y operadores no satisface el requisito típico de 10 partes y 3 operadores. Las estimaciones de la variación de las mediciones pudieran no ser precisas. Debería tener en cuenta que los resultados indican tendencias generales y no resultados precisos.

Operadores ≥ 3 y ≤ 5 y partes ≥ 10

- Variación de las mediciones: se estima a partir de las partes y se divide en Reproducibilidad y Repetibilidad. El número de partes u operadores satisface el requisito típico de 10 partes y 3 operadores. Esto es usualmente adecuado para estimar la repetibilidad, pero la estimación de la reproducibilidad es menos precisa. Si el %Proceso para la estimación de la reproducibilidad es grande, es recomendable que examine las diferencias entre los operadores y determine si es probable que dichas diferencias se extiendan a otros operadores.

Operadores > 5 y partes ≥ 10

- Variación de las mediciones: se estima a partir de las partes y se divide en Reproducibilidad y Repetibilidad. El número de partes u operadores satisface el requisito típico de 10 partes y 3 operadores y es generalmente adecuado para estimar la repetibilidad. Los operadores adicionales mejoran la precisión de la estimación de la reproducibilidad.

Referencias

Burdick, R.K., Borror, C. M., and Montgomery, D.C. (2005). Design and analysis of gauge R&R studies: Making decisions with confidence intervals in random and mixed ANOVA models. Philadelphia, PA: Society for Industrial Applied Mathematics (SIAM).

Automotive Industry Action Group (AIAG) (2003). Measurement systems analysis (MSA) manual (3rd edition). Southfield, MI: Chrysler, Ford, General Motors Supplier Quality Requirements Task Force.

Montgomery, D.C. (2000). Design and analysis of experiments. New York, NY: Wiley.

Montgomery, D.C., and Runger, G.C. (1993 a). Gage capability and designed experiments. Part I: Basic methods. *Quality Engineering*, 6 (1993/1994), 115 – 135.

Montgomery, D.C., and Runger, G.C. (1993 b). Gage capability analysis and designed experiments. Part II: Experimental design models and variance component estimation. *Quality Engineering*, 6 (1993/1994), 289-305.

Raffaldi, J. and Ramsier, S. (2000). 5 ways to verify your gages. *Quality Magazine*, 39 (3), 38-42.

Tsai, P. (1988). Variable gage repeatability and reproducibility study using the analysis of variance method. *Quality Engineering*, 1(1), 107-115.

Vardeman, S.B. and VanValkenburg, E.S. (1999). Two-way random-effects analyses and gage R&R studies. *Technometrics*, 41 (3), 202-211.

Apéndice A: Evaluar el efecto de las partes en la variación entre partes

Debido a que no existe una fórmula exacta para calcular el intervalo de confianza de la desviación estándar entre partes, realizamos una simulación para estimar el intervalo. Para centrar la simulación en cómo el número de partes afecta la precisión de la variación entre partes estimada, examinamos el cociente del intervalo de confianza estimado para la desviación estándar de las partes sobre la desviación estándar de las partes. A medida que aumenta el número de partes, el intervalo se vuelve más estrecho. A continuación, identificamos el número de partes para que el margen de error del cociente fuera 10% o 20%. El intervalo del margen de error de 10% es (0.9, 1.1) y del margen de error de 20% es (0.8, 1.2).

Configuración de la simulación

Un estudio R&R del sistema de medición parte del supuesto de que la $k^{\text{ésima}}$ medición de la $i^{\text{ésima}}$ parte del $j^{\text{ésimo}}$ operador, expresados como Y_{ijk} , se ajustan al siguiente modelo:

$$Y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \gamma_{ij} + \varepsilon_{ijk}$$

Donde

$$i = 1, \dots, I, j = 1, \dots, J, k = 1, \dots, K \text{ y}$$

$\alpha_i, \beta_j, \gamma_{ij}$ y ε_{ijk} están normalmente distribuidos con una media de 0 y varianzas de $\sigma_p^2, \sigma_o^2, \sigma_{op}^2$ y σ_e^2 . $\alpha_i, \beta_j, \gamma_{ij}$ y ε_{ijk} representan partes, operadores, partes x operadores y términos de error.

Supongamos que r es el cociente de la desviación estándar total del sistema de medición sobre la desviación estándar del proceso total.

$$r = \frac{\sqrt{\text{VarianzaRepetibilidad} + \text{VarianzaReproducibilidad}}}{\sqrt{\text{VarianzaParte} + \text{VarianzaRepetibilidad} + \text{VarianzaReproducibilidad}}} = \frac{\sqrt{\sigma_e^2 + \sigma_o^2 + \sigma_{po}^2}}{\sqrt{\sigma_p^2 + \sigma_e^2 + \sigma_o^2 + \sigma_{po}^2}}$$

Por lo general, se utiliza la siguiente regla para determinar si un sistema de medición es aceptable:

$r \leq 0.1$ (10%): aceptable

$0.1 < r \leq 0.3$: marginal

$0.3 < r$: inaceptable

Elegimos $r = 0.1$ (aceptable), $r = 0.25$ (marginal) y $r = 0.35$ (inaceptable) para definir las tres regiones. A los efectos de esta simulación, asumimos que la varianza de la repetibilidad es igual a la varianza de la reproducibilidad, que se puede expresar como:

$$\frac{\sqrt{\sigma_e^2 + \sigma_e^2}}{\sqrt{\sigma_p^2 + 2\sigma_e^2}} = r \Rightarrow \sigma_p = \frac{\sqrt{(2 - 2r^2)}}{r} \sigma_e$$

Utilizamos $\sigma_e=0.001$ y $1, \sigma_0^2 = \sigma_{p0}^2 = 0.5\sigma_e^2$ y $\sigma_p = \frac{\sqrt{(2-2r^2)}}{r}\sigma_e$ para generar las observaciones y asumimos que 3 operadores miden cada parte dos veces para evaluar cómo el número de partes afecta la desviación estándar de las partes.

Estos son los pasos de la simulación que seguimos para cada número de partes, r , y σ_e :

1. Generar 5000 muestras utilizando el modelo anterior.
2. Estimar la desviación estándar de las partes y calcular el cociente de la desviación estándar estimada sobre la desviación estándar real de las 5000 muestras.
3. Ordenar las 5000 relaciones de manera ascendente. De las 5000 relaciones ordenadas, las relaciones 125 y 4875 representan los límites inferior y superior del intervalo en el nivel de confianza de 95% y las relaciones 250 y 4750 representan los límites inferior y superior del intervalo en el nivel de confianza de 90%.
4. Examinar los intervalos para identificar el número de partes para que el margen de error sea 10% o 20%. El intervalo para el margen de error de 10% es (0.9, 1.1). El intervalo para el margen de error de 20% es (0.8, 1.2).

Resultados de la simulación

Los resultados de las Tablas de la 1 a la 6 muestran los resultados de la simulación en cada nivel de confianza para diferentes números de partes, con cada tabla correspondiente a una combinación específica de valores para r y σ_e . En general, estos resultados demuestran que:

- Utilizando 10 partes, 3 operadores y 2 réplicas, el cociente del intervalo de confianza de 90% sobre la desviación estándar real es aproximadamente (0.61, 1.37), con un margen de error de entre 35% y 40%. En el nivel de confianza de 95%, el intervalo es aproximadamente (0.55, 1.45), con un margen de error de 45%. Por lo tanto, 10 partes no son suficientes para producir una estimación precisa para el componente de variación entre partes.
- Se necesitan aproximadamente 35 partes para tener una confianza de 90% para estimar la variación entre partes dentro de un 20% del valor real.
- Se necesitan aproximadamente 135 partes para tener una confianza de 90% para estimar la variación entre partes dentro de un 10% del valor real.

Tenga en cuenta que este resumen de los resultados no es específico de una combinación particular de r y σ_e . Las filas correspondientes a los resultados especificados anteriormente están resaltados en las Tablas 1, 2, 3, 4, 5 y 6, a continuación.

Tabla 1 Sistema de medición aceptable ($r = 0.1$), $\sigma_e = 0.001$, Desv.Est. real de las partes = 0.014071247

Número de partes	Cociente del intervalo de confianza estimado para la Desv.Est. de las partes/Desv.Est. real	
	Confianza de 95%	Confianza de 90%
3	(0.15295, 1.93755)	(0.22195, 1.73365)
5	(0.34415, 1.67035)	(0.41861, 1.53873)
10	(0.55003, 1.44244)	(0.60944, 1.36992)
15	(0.63295, 1.36927)	(0.68721, 1.30294)
20	(0.68532, 1.31187)	(0.7295, 1.25701)
25	(0.7123, 1.27621)	(0.75578, 1.23251)
30	(0.74135, 1.24229)	(0.77645, 1.20841)
35	(0.76543, 1.23033)	(0.80066, 1.19706)
50	(0.79544, 1.20337)	(0.82636, 1.16595)
100	(0.85528, 1.13696)	(0.88063, 1.11635)
135	(0.87686, 1.12093)	(0.89448, 1.09760)
140	(0.88241, 1.11884)	(0.90130, 1.09974)

Tabla 2 Sistema de medición aceptable ($r = 0.1$), $\sigma_e = 1$, Desv.Est. real de las partes = 14.071247

Número de partes	Cociente del intervalo de confianza estimado para la Desv.Est. de las partes/Desv.Est. real	
	Confianza de 95%	Confianza de 90%
5	(0.34656, 1.68211)	(0.42315, 1.5588)
10	(0.55496, 1.45382)	(0.61319, 1.38233)
15	(0.63484, 1.36949)	(0.68767, 1.30505)
35	(0.76233, 1.23513)	(0.79749, 1.19623)
40	(0.77256, 1.21518)	(0.81224, 1.18121)
135	(0.88017, 1.12345)	(0.89883, 1.10249)
140	(0.88004, 1.11725)	(0.89787, 1.09713)

	Cociente del intervalo de confianza estimado para la Desv.Est. de las partes/Desv.Est. real	
Número de partes	Confianza de 95%	Confianza de 90%
145	(0.88281, 1.11886)	(0.89966, 1.09583)
150	(0.88302, 1.11132)	(0.90096, 1.09296)

Tabla 3 Sistema de medición marginal ($r = 0.25$), $\sigma_e = 0.001$, Desv.Est. real de las partes =

	Cociente del intervalo de confianza estimado para la Desv.Est. de las partes/Desv.Est. real	
Número de partes	Confianza de 95%	Confianza de 90%
30	(0.73879, 1.25294)	(0.77982, 1.21041)
35	(0.75881, 1.24383)	(0.79848, 1.20068)
40	(0.77281, 1.22813)	(0.80369, 1.18788)
135	(0.87588, 1.1191)	(0.89556, 1.10093)
140	(0.87998, 1.12001)	(0.89917, 1.09717)
145	(0.881, 1.11812)	(0.89852, 1.09710)
150	(0.88373, 1.11563)	(0.90345, 1.09706)

Tabla 4 Sistema de medición marginal ($r = 0.25$), $\sigma_e = 1$, Desv.Est. real de las partes = 5.477225575

	Cociente del intervalo de confianza estimado para la Desv.Est. de las partes/Desv.Est. real	
Número de partes	Confianza de 95%	Confianza de 90%
30	(0.74292, 1.25306)	(0.78159, 1.20872)
35	(0.76441, 1.24391)	(0.79802, 1.20135)
40	(0.77525, 1.21339)	(0.80786, 1.17908)
135	(0.87501, 1.11711)	(0.89512, 1.09758)
140	(0.87934, 1.11756)	(0.89881, 1.09862)
145	(0.88308, 1.1153)	(0.90056, 1.09806)

Tabla 5 Sistema de medición inaceptable ($r = 0.35$), $\sigma_e = 0.001$, Desv.Est. real de las partes = 0.00378504

Número de partes	Cociente del intervalo de confianza estimado para la Desv.Est. de las partes/Desv.Est. real	
	Confianza de 95%	Confianza de 90%
30	(0.74313, 1.25135)	(0.77427, 1.20568)
35	(0.75409, 1.24332)	(0.79444, 1.19855)
40	(0.76582, 1.22289)	(0.80599, 1.18615)
135	(0.87641, 1.12043)	(0.89507, 1.09820)
140	(0.87635, 1.11539)	(0.89651, 1.09368)
145	(0.88339, 1.11815)	(0.89772, 1.09591)

Tabla 6 Sistema de medición inaceptable ($r = 0.35$), $\sigma_e = 1$, Desv.Est. real de las partes = 3.78504

Número de partes	Cociente del intervalo de confianza estimado para la Desv.Est. de las partes/Desv.Est. real	
	Confianza de 95%	Confianza de 90%
30	(0.7375, 1.261)	(0.77218, 1.21285)
35	(0.74987, 1.23085)	(0.79067, 1.1886)
40	(0.77187, 1.2227)	(0.80648, 1.18329)
135	(0.87572, 1.11877)	(0.89409, 1.09827)
140	(0.87798, 1.11634)	(0.8959, 1.09695)
145	(0.87998, 1.11513)	(0.89683, 1.09534)

Número de operadores

La desviación estándar de las partes y la desviación estándar de los operadores se estiman de manera idéntica utilizando el modelo ANOVA. Por lo tanto, los resultados de la simulación de las partes también se aplica a la variación de la reproducibilidad. Dos o tres operadores no son suficientes para proporcionar una estimación precisa de la reproducibilidad. Sin embargo, el problema es menos crítico para los operadores si la magnitud de la variación entre partes es mucho mayor que la variación entre operadores, lo cual es un escenario probable para numerosas aplicaciones.

Por ejemplo, supongamos que la desviación estándar entre partes es 20 veces la desviación estándar entre operadores. La desviación estándar de las partes es 20 y la desviación estándar de los operadores es 1. Asumiendo que la repetibilidad es igual a la reproducibilidad, entonces el cociente real de la variación del sistema de medición sobre la variación del proceso total es:

$$\sqrt{\frac{1 + 1}{400 + 1 + 1}} = 0.0705$$

Ahora bien, asumamos que el margen de error para estimar la desviación estándar entre operadores es 40% (alta). Es decir, la desviación estándar entre operadores estimada podría ser 1.4. Por lo tanto, el cociente del sistema de medición general sobre el total es:

$$\sqrt{\frac{1.4^2 + 1.4^2}{400 + 1.4^2 + 1.4^2}} = 0.0985$$

Debido a que este valor es menor que 0.10, una alta variación de la reproducibilidad no afecta la aceptación del sistema de medición si 10% es el valor de corte.

Si la variación entre operadores es casi la misma que la variación entre partes, necesitará un número de operadores grande para representar el sistema de medición y evaluarlo con exactitud.

Apéndice B: Estimación de repetibilidad

Configuración de los cálculos

A diferencia de los intervalos de confianza correspondientes a la desviación estándar entre las partes, los cuales se basan en una aproximación, el cociente de la desviación estándar de la repetibilidad estimada sobre su valor real sigue una distribución de chi-cuadrado. Por lo tanto, podemos calcular los límites inferior y superior del cociente asociado con una probabilidad de 90% y, a continuación, evaluar cómo ambos límites se aproxima a 1 a medida que aumenta el número de partes, operadores y réplicas.

Utilizando la misma notación definida en el Apéndice A, la varianza de la repetibilidad se estima como

$$S^2 = \sum (Y_{ijk} - \bar{Y}_{ij.})^2 / IJ(K - 1)$$

Entonces, $\frac{IJ(K-1)S^2}{\sigma_e^2}$ sigue una distribución de chi-cuadrado con $IJ(K-1)$ grados de libertad (gl), donde I es el número de partes, J es el número de operadores y K es el número de réplicas.

Con base en este resultado, el cociente de la desviación estándar estimada sobre su valor real satisface la siguiente ecuación de probabilidad:

$$\text{Probabilidad} \left(\sqrt{\frac{\chi_{gl, \alpha/2}^2}{gl}} \leq \frac{S}{\sigma_e} \leq \sqrt{\frac{\chi_{gl, 1-(\alpha/2)}^2}{gl}} \right) = 1 - \alpha$$

donde $gl = IJ(K-1) =$ número de partes * número de operadores * (número réplicas - 1). Si el número de réplicas es igual a 2, los grados de libertad son iguales al número de partes por el número de operadores.

Utilizando esta fórmula, para cada valor dado de los grados de libertad, calculamos los límites inferior y superior del cociente $\frac{S}{\sigma_e}$ con una probabilidad de 90%. A continuación, identificamos los grados de libertad para que la desviación estándar estimada se encuentre dentro de 10% y 20% de su valor real. El intervalo correspondiente es (0.9, 1.1) para el margen de error de 10% y (0.8, 1.2) para el margen de error de 20%.

Resultados de los cálculos

La gráfica de la Figura 1 muestra los límites inferior y superior del cociente $\frac{S}{\sigma_e}$ con una probabilidad de 90% en función de los grados de libertad, los cuales oscilan entre 1 y 200.

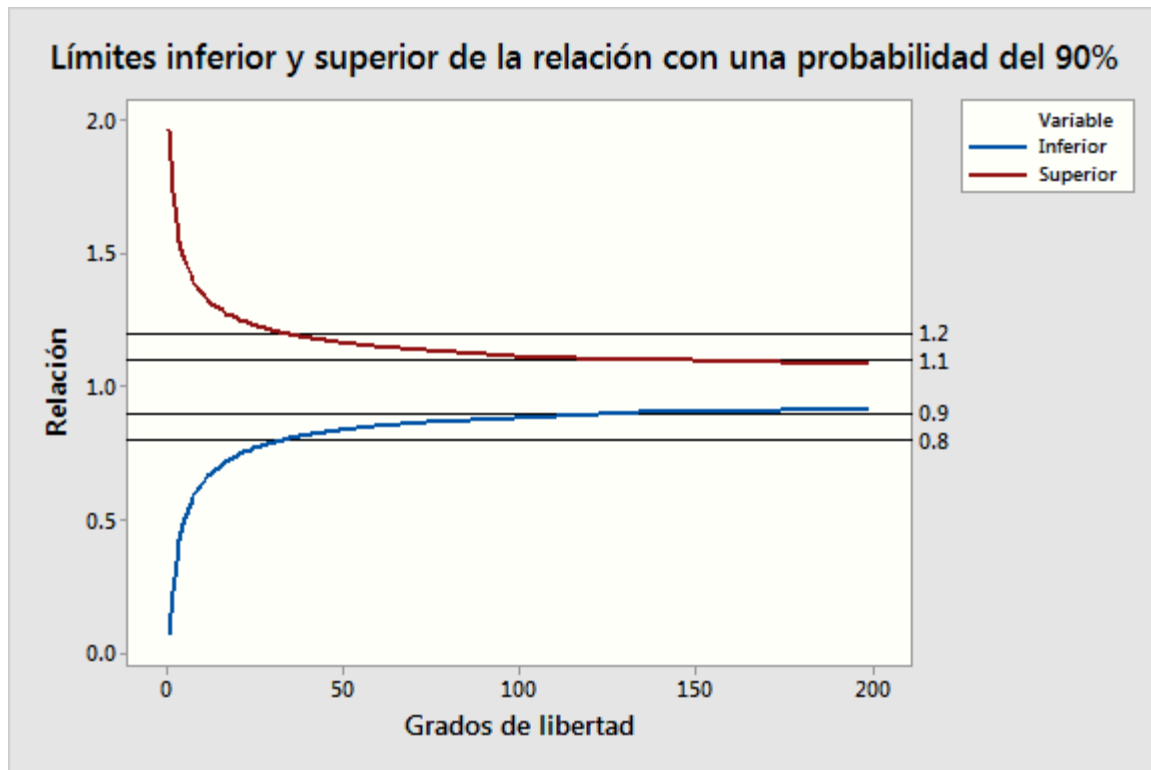


Figura 1 Límites inferior y superior de $\frac{s}{\sigma_e}$ con una probabilidad de 90% en función de los grados de libertad (1 y 200)

Tenga en cuenta que el intervalo formado por los límites inferior y superior se estrechan a medida que aumentan los grados de libertad. El ancho del intervalo disminuye drásticamente a medida que aumentan los grados de libertad de 1 a 50. Esto se puede apreciar más claramente en la gráfica ampliada de la Figura 2, que muestra los resultados de los grados de libertad de 1 a 50.

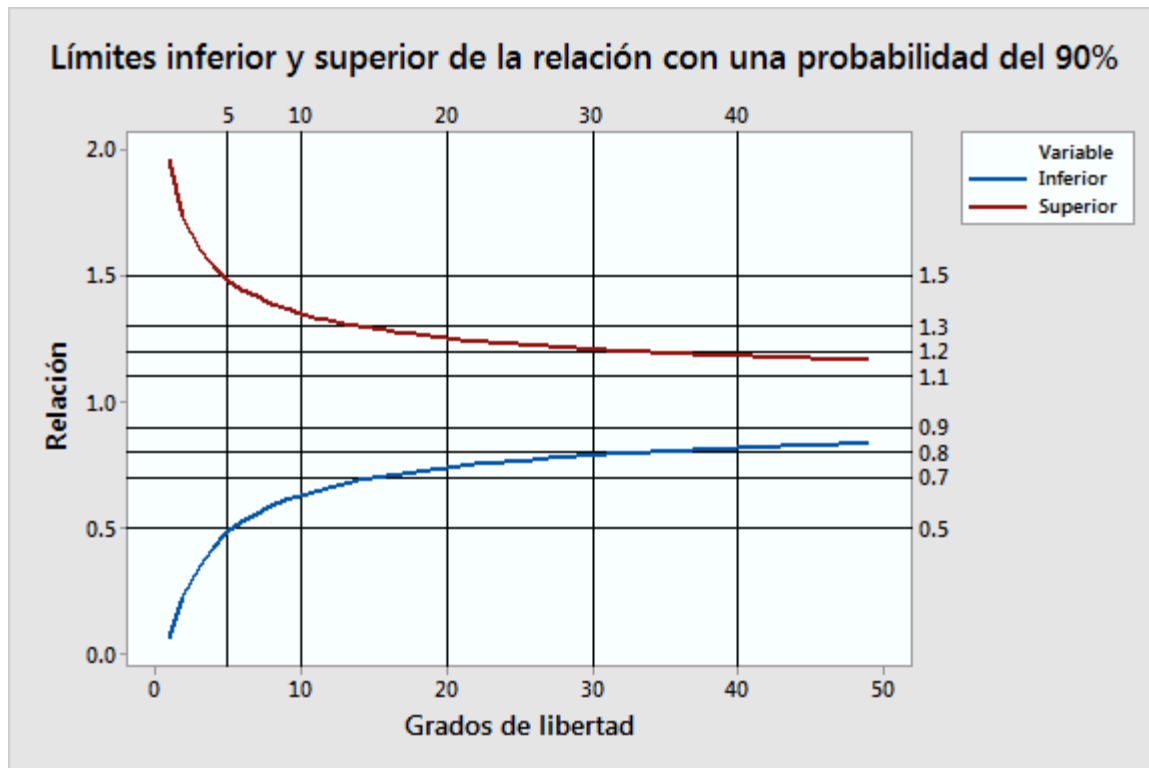


Figura 2 Límites inferior y superior de $\frac{s}{\sigma_e}$ con una probabilidad de 90% en función de los grados de libertad (1 y 50)

Tal como se evidencia en la Figura 2, cuando los grados de libertad son menores que 10, el intervalo es más ancho que (0.63, 1.35). A medida que aumentan los grados de libertad, más se estrecha el intervalo, tal como lo indican los valores en la Tabla 7, a continuación.

Tabla 7 Grados de libertad y límites inferior y superior con probabilidad de 90%

Grados de libertad	Intervalo formado por límites inferior y superior
5	(0.48, 1.49)
10	(0.63, 1.35)
15	(0.70, 1.29)
20	(0.74, 1.25)
25	(0.76, 1.23)
30	(0.79, 1.21)

Grados de libertad	Intervalo formado por límites inferior y superior
35	(0.80, 1.19)
40	(0.81, 1.18)

Por lo tanto, con una probabilidad de 90%, se necesitan aproximadamente 35 grados de libertad para obtener un margen de error de 20% de la estimación de la desviación estándar de la repetibilidad. Recuerde que todos esos grados de libertad son iguales a Número de partes * Número de operadores * (Número de réplicas – 1). Por lo tanto, la típica recomendación de 10 partes, 3 operadores y 2 réplicas proporcionan grados de libertad (30) que se aproximan a este requisito. Para obtener un margen de error de 10% con una probabilidad de 90%, se necesitan aproximadamente 135 grados de libertad (véase la Figura 1).

© 2020 Minitab, LLC. All rights reserved. Minitab®, Minitab Workspace™, Companion by Minitab®, Salford Predictive Modeler®, SPM®, and the Minitab® logo are all registered trademarks of Minitab, LLC, in the United States and other countries. Additional trademarks of Minitab, LLC can be found at www.minitab.com. All other marks referenced remain the property of their respective owners.