

## INFORME TÉCNICO SOBRE EL ASISTENTE DE MINITAB

Este documento forma parte de un conjunto de informes técnicos que explican la investigación llevada a cabo por los especialistas en estadística de Minitab para desarrollar los métodos y las verificaciones de datos que se utilizan en el Asistente de Minitab Statistical Software.

# Capacidad binomial y capacidad de Poisson

## Revisión general

El análisis de capacidad se utiliza para evaluar si un proceso es capaz de producir resultados que cumplan con los requisitos del cliente. Cuando no es posible representar la calidad de un producto o servicio con datos continuos, suelen recolectarse datos de atributos para evaluar su calidad. El Asistente de Minitab incluye dos análisis para examinar la capacidad de un proceso con datos de atributos:

- **Capacidad binomial:** este análisis se utiliza cuando un producto o servicio se caracteriza por ser defectuoso o no defectuoso. La capacidad binomial evalúa la probabilidad ( $p$ ) de que un elemento seleccionado de un proceso sea defectuoso. Los datos recolectados son el número de elementos defectuosos en los subgrupos individuales, y se supone que siguen una distribución binomial con parámetro  $p$ .
- **Capacidad de Poisson:** este análisis se utiliza cuando un producto o servicio puede tener múltiples defectos y se cuenta el número de defectos en cada elemento. La capacidad de Poisson evalúa el número de defectos por unidad. Los datos recolectados son el número total de defectos en  $k$  unidades contenidas en los subgrupos individuales, y se supone que siguen una distribución de Poisson con un número medio desconocido de defectos por unidad ( $u$ ).

Para estimar adecuadamente la capacidad del proceso actual y predecir de manera fiable la capacidad del proceso en el futuro, los datos empleados para estos análisis deben provenir de un proceso estable (Bothe, 1991; Kotz y Johnson, 2002). Además, deben recolectarse suficientes subgrupos en el tiempo para asegurar que las estimaciones de capacidad representen la capacidad del proceso durante un largo período de tiempo. Incluso si un proceso está bajo control, puede experimentar cambios en las entradas y en las condiciones ambientales con el

tiempo. Por lo tanto, usar un número adecuado de subgrupos puede ayudarle a captar las diferentes fuentes de variación en el tiempo (Bothe, 1997; AIAG, 1995). Por último, debe haber suficientes datos para asegurar que los estadísticos de capacidad tengan una precisión adecuada, según lo indicado por el ancho del intervalo de confianza para la medida de capacidad clave reportada por ambos análisis.

Con base en estos requisitos, la Tarjeta de informes del Asistente realiza automáticamente las siguientes verificaciones en los datos:

- Estabilidad del proceso
  - Pruebas para detectar causas especiales
  - Tamaño del subgrupo
- Número de subgrupos
- Variación esperada
- Cantidad de datos

En este trabajo, investigamos cómo se relacionan en la práctica estos requisitos con el análisis de capacidad y describimos cómo establecimos las directrices para verificar estos requisitos en el Asistente.

También explicamos las gráficas P' y U' de Laney que se recomiendan cuando la variación observada en los datos no coincide con la variación esperada y Minitab detecta dispersión excesiva o insuficiente.

**Nota** Los análisis de capacidad binomial y de Poisson incluyen las gráficas de control de atributos P y U, respectivamente, para verificar la estabilidad del proceso. Estas dos gráficas dependen de supuestos adicionales que no es posible verificar o que son difíciles de verificar. Para obtener más detalles, consulte el Apéndice A.

# Verificaciones de datos

## Estabilidad (Parte I) – Prueba para detectar causas especiales

Para estimar con exactitud la capacidad del proceso, los datos deben provenir de un proceso estable. Debe verificar la estabilidad del proceso antes de evaluar su capacidad. Si el proceso no es estable, debe identificar y eliminar las causas de la inestabilidad.

La gráfica P y la gráfica U son las gráficas de control de atributos que más se utilizan para evaluar la estabilidad de un proceso. La gráfica P representa la proporción de elementos defectuosos por subgrupo y se utiliza con datos que siguen una distribución binomial. La gráfica U representa el número de defectos por unidad y se utiliza con datos que siguen una distribución de Poisson. Pueden realizarse cuatro pruebas en estas gráficas para evaluar la estabilidad del proceso. Si estas pruebas se usan de manera simultánea, aumenta la sensibilidad de la gráfica de control. Sin embargo, es importante determinar el propósito y el valor agregado de cada prueba, porque la tasa de falsas alarmas aumenta a medida que se agregan más pruebas a la gráfica de control.

### Objetivo

Queríamos determinar cuál de las cuatro pruebas de estabilidad debían incluirse en el Asistente con las gráficas de control de atributos. Nuestro primer objetivo era identificar las pruebas que aumentan significativamente la sensibilidad a las condiciones fuera de control sin elevar significativamente la tasa de falsas alarmas. Nuestro segundo objetivo era asegurar la simplicidad y el sentido práctico de las gráficas.

### Método

Las cuatro pruebas de estabilidad para las gráficas de atributos corresponden con las pruebas de la 1 a la 4 para detectar causas especiales que se utilizan para las gráficas de control de variables. Con un tamaño de subgrupo adecuado, la proporción de elementos defectuosos (gráfica P) o el número de defectos por unidad (gráfica U) siguen una distribución normal. En consecuencia, las simulaciones para las gráficas de control de variables que también se basen en la distribución normal producirán resultados idénticos en lo que respecta a la sensibilidad y la tasa de falsas alarmas de las pruebas. Por lo tanto, usamos los resultados de una simulación y una revisión de la bibliografía sobre las gráficas de control de variables para evaluar qué efecto tienen las cuatro pruebas de estabilidad en la sensibilidad y la tasa de falsas alarmas de las gráficas de atributos. Además, evaluamos la prevalencia de causas especiales asociadas con la prueba. Para obtener detalles sobre los métodos utilizados para cada prueba, consulte la sección Resultados, a continuación, y el Apéndice B.

## Resultados

De las cuatro pruebas que se utilizan para evaluar la estabilidad en las gráficas de atributos, encontramos que las pruebas 1 y 2 son los más útiles:

### **PRUEBA 1: IDENTIFICA LOS PUNTOS QUE ESTÁN FUERA DE LOS LÍMITES DEL CONTROL**

La prueba 1 identifica los puntos  $> 3$  desviaciones estándar desde la línea central. La prueba 1 se reconoce universalmente como una prueba necesaria para detectar situaciones fuera de control. Tiene una tasa de falsas alarmas de tan solo 0.27%.

### **PRUEBA 2: IDENTIFICA CAMBIOS EN LA PROPORCIÓN DE ELEMENTOS DEFECTUOSOS (GRÁFICA P) O EL NÚMERO MEDIO DE DEFECTOS POR UNIDAD (GRÁFICA U)**

La prueba 2 señala cuando 9 puntos consecutivos se encuentran en el mismo lado de la línea central. Realizamos una simulación para determinar el número de subgrupos necesarios para detectar una señal con respecto a un cambio en la proporción de elementos defectuosos (gráfica P) o un cambio en el número medio de defectos por unidad (gráfica U). Descubrimos que cuando se agrega la prueba 2, aumenta significativamente la sensibilidad de la gráfica para detectar pequeños cambios en la proporción de elementos defectuosos o el número medio de defectos por unidad. Cuando se utilizan al mismo tiempo la prueba 1 y la prueba 2, se necesitan significativamente menos subgrupos para detectar un cambio pequeño que cuando se usa la prueba 1 solamente. Por lo tanto, cuando se agrega la prueba 2, pueden detectarse con más facilidad situaciones comunes fuera de control y la sensibilidad aumenta lo suficiente para justificar un ligero aumento en la tasa de falsas alarmas.

## Pruebas no incluidas en el Asistente

### **PRUEBA 3: K PUNTOS CONSECUTIVOS, EN ORDEN CRECIENTE O DECRECIENTE**

La prueba 3 está diseñada para detectar cambios graduales en la proporción de elementos defectuosos o en el número medio de defectos por unidad (Davis y Woodall, 1988). Sin embargo, cuando la prueba 3 se utiliza además de la prueba 1 y la prueba 2, no aumenta significativamente la sensibilidad de la gráfica. Puesto que ya decidimos utilizar las pruebas 1 y 2, con base en los resultados de la simulación, incluir la prueba 3 no agregaría ningún valor significativo a la gráfica.

### **PRUEBA 4: K PUNTOS CONSECUTIVOS, ALTERNADOS HACIA ARRIBA Y HACIA ABAJO**

Aunque este patrón puede ocurrir en la práctica, recomendamos buscar tendencias o patrones poco comunes en lugar de realizar una prueba para detectar un patrón específico.

## Estabilidad (Parte II) - Tamaño del subgrupo

Aunque la gráfica P y la gráfica U monitorean la estabilidad del proceso con datos de atributos, la distribución normal se utiliza para aproximar la distribución de la proporción de elementos defectuosos ( $\hat{p}$ ) en la gráfica P y la distribución del número de defectos por unidad ( $\hat{u}$ ) en la

gráfica U. A medida que aumenta el tamaño del subgrupo, mejora la exactitud de esta aproximación. Debido a que los criterios de las pruebas utilizadas en cada gráfica de control se basan en la distribución normal, aumentar el tamaño del subgrupo para obtener una mejor aproximación a la normal mejora la capacidad de la gráfica para identificar con exactitud las situaciones fuera de control y reduce la tasa de falsas alarmas. Cuando la proporción de elementos defectuosos o el número de defectos por unidad es bajo, se necesitan subgrupos grandes para asegurar resultados exactos.

## Objetivo

Investigamos el tamaño del subgrupo que se necesita para asegurar que la aproximación a la normal sea lo suficientemente adecuada como para obtener resultados exactos para la gráfica P y la gráfica U.

## Método

Realizamos simulaciones para evaluar las tasas de falsas alarmas para diferentes tamaños de subgrupo y para diferentes proporciones ( $p$ ) para la gráfica P, así como para diferentes promedios del número de defectos por subgrupo ( $c$ ) para la gráfica U. Para determinar si el tamaño del subgrupo era lo suficientemente grande como para obtener una aproximación adecuada a la normal y, por lo tanto, una tasa de falsas alarmas lo suficientemente baja, comparamos los resultados con la tasa esperada de falsas alarmas bajo el supuesto de normalidad (0.27% para la prueba 1 y 0.39% para la prueba 2). Para obtener más detalles, consulte el Apéndice C.

## Resultados

### GRÁFICA P

Nuestra investigación reveló que el tamaño necesario del subgrupo para la gráfica P depende de la proporción de elementos defectuosos ( $p$ ). Mientras menor sea el valor de  $p$ , mayor será el tamaño del subgrupo ( $n$ ) que se necesitará. Cuando el producto  $np$  es mayor que o igual a 0.5, la tasa combinada de falsas alarmas para la prueba 1 y la prueba 2 está por debajo de aproximadamente 2.5%. Sin embargo, cuando el producto  $np$  es menor que 0.5, la tasa combinada de falsas alarmas para las pruebas 1 y 2 puede ser mucho mayor, llegando a niveles muy por encima de 10%. Por lo tanto, con base en este criterio, el rendimiento de la gráfica P es adecuado cuando el valor de  $np \geq 0.5$ .

### GRÁFICA U

Nuestra investigación reveló que el tamaño necesario del subgrupo para la gráfica U depende del número de defectos por subgrupo ( $c$ ), que equivale al tamaño del subgrupo ( $n$ ) multiplicado por el número de defectos por unidad ( $u$ ). El porcentaje de falsas alarmas es mayor cuando el número de defectos  $c$  es pequeño. Cuando  $c = nu$  es mayor que o igual a 0.5, la tasa combinada de falsas alarmas para la prueba 1 y la prueba 2 está por debajo de aproximadamente 2.5%. Sin embargo, para valores de  $c$  menores que 0.5, la tasa combinada de falsas alarmas para las

pruebas 1 y 2 puede ser mucho mayor, llegando a niveles muy por encima de 10%. Por lo tanto, con base en este criterio, el rendimiento de la gráfica U es adecuado cuando el valor de  $c = nu \geq 0.5$ .

Con base en los resultados anteriores para las pruebas para detectar causas especiales (Parte I) y para el tamaño del subgrupo (Parte II), la Tarjeta de informe del Asistente muestra los siguientes indicadores de estado cuando se verifica la estabilidad en las gráficas de control de atributos que se utilizan en la capacidad binomial y de Poisson:

### Gráfica P – Capacidad binomial

Estado	Condición
	No hay fallas de la prueba 1 o la prueba 2 en la gráfica y $an_i \bar{p} \geq 0.5$ para todos los $i$ donde $n_i$ = tamaño del subgrupo para el subgrupo $i^{\text{ésimo}}$ $\bar{p}$ = proporción media de elementos defectuosos
	La prueba 1 o la prueba 2 revela uno o más puntos fuera de control que pueden deberse a causas especiales.
	El tamaño del subgrupo puede ser demasiado pequeño. $an_i \bar{p} < 0.5$ para por lo menos un $i$

### Gráfica U - Capacidad de Poisson

Estado	Condición
	No hay fallas de la prueba 1 o la prueba 2 en la gráfica y $an_i \bar{u} \geq 0.5$ para todos los $i$ donde $n_i$ = tamaño del subgrupo para el subgrupo $i^{\text{ésimo}}$ $\bar{u}$ = número medio de defectos por unidad
	La prueba 1 o la prueba 2 revela uno o más puntos fuera de control que pueden deberse a causas especiales.
	El tamaño del subgrupo puede ser demasiado pequeño. $an_i \bar{u} < 0.5$ para por lo menos un $i$

# Número de subgrupos

Para asegurarse de que las estimaciones de la capacidad reflejen con exactitud todo el proceso, debe tratar de captar todas las fuentes probables de variación en el proceso con el tiempo. Al aumentar el número de subgrupos recolectados, es probable que aumente la probabilidad de captar las diferentes fuentes de variación. El hecho de recolectar un número adecuado de subgrupos también ayuda a mejorar la precisión de los límites de las gráficas de control que se utilizan para evaluar la estabilidad del proceso. Sin embargo, para recolectar más subgrupos, se requiere más tiempo y recursos; por lo tanto, es importante que sepa de qué manera el número de subgrupos afecta la fiabilidad de las estimaciones de capacidad.

## Objetivo

Investigamos cuántos subgrupos se necesitan para representar adecuadamente el proceso y proveer una estimación fiable de la capacidad del proceso.

## Método

Revisamos la bibliografía para determinar el número de subgrupos que por lo general se considera adecuado para estimar la capacidad del proceso.

## Resultados

Según el manual de Control estadístico de procesos (SPC), el número de subgrupos que usted recolecta debe basarse en el tiempo que le tome recopilar los datos que es probable que reflejen las diferentes fuentes de variación en su proceso (AIAG, 1995). Es decir, debería recolectar tantos subgrupos como sea necesario para representar adecuadamente todo su proceso. En general, para contar con pruebas exactas de estabilidad y una estimación fiable del rendimiento del proceso, AIAG (1995) recomienda recolectar por lo menos 25 subgrupos.

Con base en estas recomendaciones, la Tarjeta de informe del Asistente muestra el siguiente indicador de estado cuando se verifica el número de subgrupos para el análisis de capacidad binomial o de Poisson:

Estado	Condición
	<p><b>Número de subgrupos <math>\geq 25</math></b> El número de subgrupos debería ser suficiente para captar las diferentes fuentes de variación del proceso cuando se recolectan durante un período de tiempo adecuado.</p> <p><b>Número de subgrupos <math>&lt; 25</math></b> Generalmente se recomienda recolectar por lo menos 25 subgrupos durante un período de tiempo adecuado para captar las diferentes fuentes de variación del proceso.</p>

## Variación esperada

Las gráficas P y las gráficas U tradicionales que se utilizan para evaluar la estabilidad del proceso antes de evaluar su capacidad parten del supuesto de que la variación de los datos sigue la distribución binomial en el caso de los elementos defectuosos o una distribución de Poisson en el caso de los defectos. Las gráficas también presuponen que la tasa de elementos defectuosos o de defectos permanece constante en el tiempo. Cuando la variación en los datos es mayor o menor de lo esperado, es probable que los datos presenten dispersión excesiva o dispersión insuficiente y las gráficas podrían no funcionar como se espera.

### Dispersión excesiva

Se dice que existe dispersión excesiva cuando la variación en los datos es mayor de lo esperado. Por lo general, existe cierta variación en la tasa de elementos defectuosos o de defectos en el tiempo, causada por factores de ruido externos que no son causas especiales. En la mayoría de las aplicaciones de estas gráficas, la variación del muestreo con respecto a los estadísticos de subgrupos es lo suficientemente grande como para que la variación en la tasa subyacente de elementos defectuosos o de defectos no se note. Sin embargo, a medida que aumentan los tamaños de subgrupo, la variación del muestreo se reduce cada vez más y, en algún punto, la variación en la tasa subyacente de defectos puede llegar a ser mayor que la variación del muestreo. El resultado es una gráfica con los límites de control extremadamente estrechos y una tasa muy alta de falsas alarmas.

### Dispersión insuficiente

Se dice que existe dispersión insuficiente cuando la variación en los datos es menor de lo esperado. La dispersión insuficiente puede ocurrir cuando los subgrupos adyacentes están correlacionados entre sí, lo que también se conoce como autocorrelación. Por ejemplo, a medida que una herramienta se desgasta, el número de defectos puede aumentar. El aumento en los conteos de defectos en los diferentes subgrupos puede hacer que los subgrupos sean más similares de lo que serían en virtud de las probabilidades. Cuando los datos exhiben dispersión insuficiente, los límites del control de una gráfica P o U tradicional pueden ser demasiado amplios. Si los límites de control son demasiado amplios, la gráfica raramente proporcionará un señal, lo que significa que la variación por causa especial podría pasarse por alto y confundirse con variación por causa común.

Si la dispersión excesiva o la dispersión insuficiente es lo suficientemente grave, Minitab recomienda usar una gráfica P' o U' de Laney. Para obtener más información, consulte las gráficas P' y U' de Laney más adelante.

## Objetivo

Queríamos determinar un método para detectar dispersión excesiva y dispersión insuficiente en los datos.

## Método

Realizamos una búsqueda bibliográfica y encontramos varios métodos para detectar dispersión excesiva y dispersión insuficiente. Seleccionamos un método de diagnóstico que encontramos en Jones y Govindaraju (2001). Este método utiliza una gráfica de probabilidad para determinar la cantidad de variación esperada si los datos provienen de una distribución binomial cuando se trata de datos sobre elementos defectuosos o de una distribución de Poisson si se trata de datos sobre defectos. Posteriormente, se hace una comparación entre la cantidad de variación esperada y la cantidad de variación observada. Para obtener detalles sobre el método de diagnóstico, consulte el Apéndice D.

Como parte del proceso para verificar si existe dispersión excesiva, Minitab también determina cuántos puntos están fuera de los límites de control en las gráficas P y U tradicionales. Debido a que el problema asociado a la dispersión excesiva es una alta tasa de falsas alarmas, si solo un pequeño porcentaje de los puntos está fuera de control, es muy poco probable que la dispersión excesiva constituya un problema.

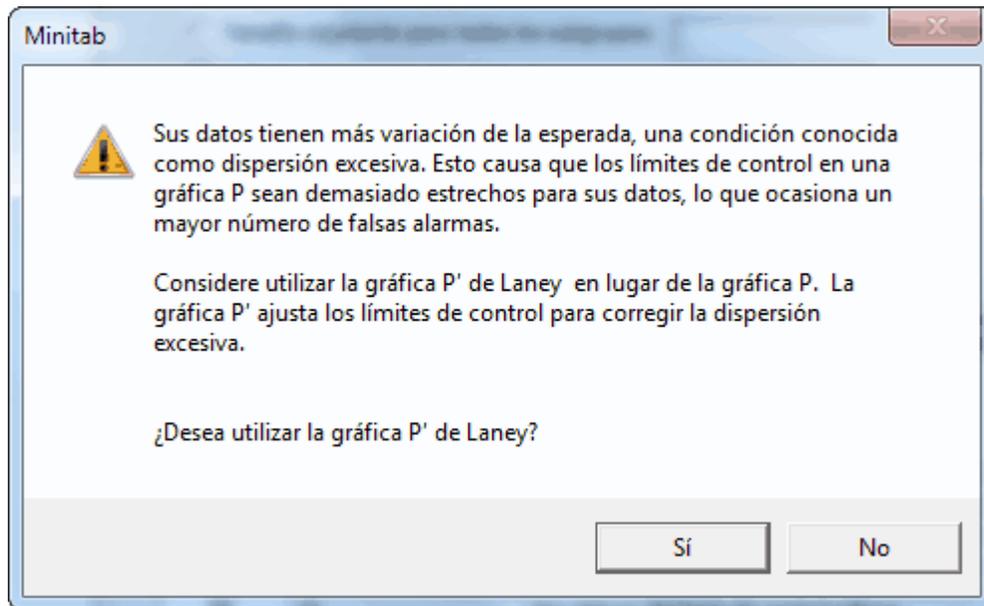
## Resultados

Minitab realiza la verificación de diagnóstico con respecto a la dispersión excesiva y la dispersión insuficiente después de que el usuario selecciona Aceptar en el cuadro de diálogo de la gráfica P o U antes de que aparezca la gráfica.

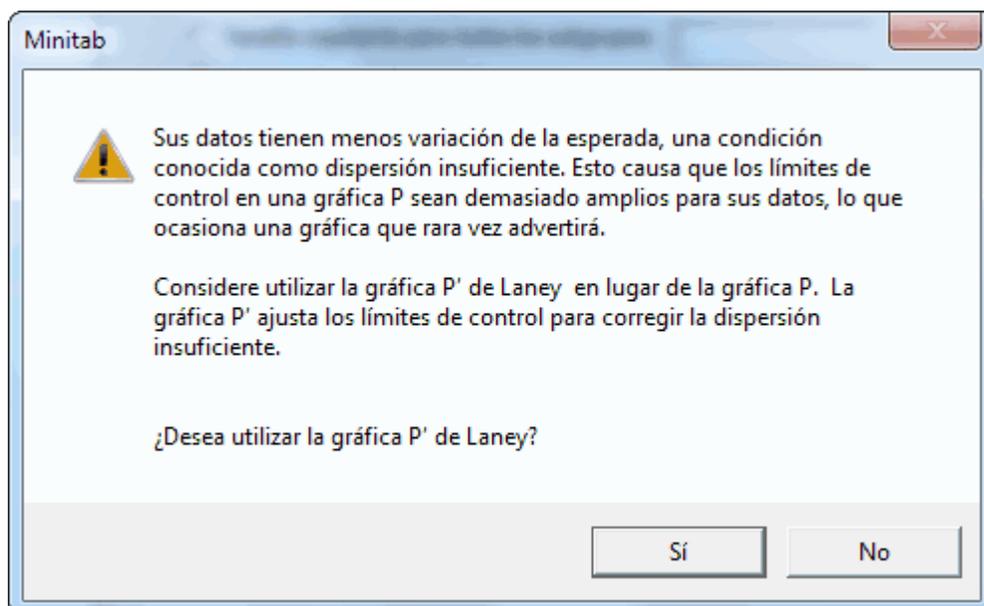
Existe dispersión excesiva cuando se cumplen las siguientes condiciones:

- La relación de variación observada a variación esperada es mayor que 130%.
- Más del 2% de los puntos se ubica fuera de los límites de control.
- El número de puntos fuera de los límites de control es mayor que 1.

Si se detecta dispersión excesiva, Minitab muestra un mensaje que pregunta si el usuario desea mostrar una gráfica P' o U' de Laney. A continuación se muestra el mensaje para la gráfica P':



Existe dispersión insuficiente cuando la relación de variación observada a variación esperada es menor que 75%. Si se detecta dispersión insuficiente, Minitab muestra un mensaje que pregunta si el usuario desea mostrar una gráfica P' o U' de Laney. A continuación se muestra el mensaje para la gráfica P':



Si el usuario decide usar la gráfica de Laney, Minitab muestra las gráficas de Laney en el informe de diagnóstico. Si el usuario decide no usar la gráfica de Laney, Minitab muestra la gráfica tradicional y la gráfica de Laney en el informe de diagnóstico. Cuando se muestran ambas

gráficas, el usuario puede ver el efecto de la dispersión excesiva o de la dispersión insuficiente en la gráfica P o U tradicional y determinar si la gráfica de Laney es más apropiada para sus datos.

Además, al verificar si existe dispersión excesiva o dispersión insuficiente, la Tarjeta de informe del Asistente muestra los siguientes indicadores de estado:

Estado	Condición
	<p>Relación de dispersión &gt; 130%, menos del 2% de los puntos fuera de los límites de control o número de puntos fuera de los límites de control = 1</p> <p>Relación de dispersión &gt; 75% y &lt;= 130%</p> <p>Relación de dispersión &gt; 130%, más del 2% de los puntos fuera de los límites de control y número de puntos fuera de los límites de control &gt; 1 y el usuario optó por usar P' o U' de Laney</p> <p>Relación de dispersión &lt; 75% y el usuario optó por usar P' o U' Laney</p> <p>Donde</p> <p>Relación de dispersión = <math>100 * (\text{variación observada}) / (\text{variación esperada})</math></p>
	<p>Relación de dispersión &gt; 130%, más del 2% de los puntos fuera de los límites de control y número de puntos fuera de los límites de control &gt; 1 y el usuario optó por no usar P' o U' de Laney</p> <p>Relación de dispersión &lt; 75% y el usuario optó por no usar P' o U' Laney</p>

## Cantidad de datos

Los informes del Asistente para los análisis de capacidad binomial y de Poisson también incluyen un intervalo de confianza de 95% para el porcentaje de elementos defectuosos o el número de defectos por unidad, respectivamente. Este intervalo se calcula utilizando una metodología estadística estándar y no fue necesario realizar una investigación especial ni simulaciones.

La Tarjeta de informe del Asistente muestra el siguiente indicador de estado cuando se verifica la cantidad de datos:

Estado	Condición
	<p><b>Capacidad binomial</b></p> <p>El intervalo de confianza de 95% para el % de defectuosos es (a, b). Si este intervalo es demasiado amplio para su aplicación, puede recoger más datos para aumentar la precisión.</p> <p><b>Capacidad de Poisson</b></p> <p>El intervalo de confianza del 95% para el número de defectos por unidad es (a, b). Si este intervalo es demasiado amplio para su aplicación, puede recoger más datos para aumentar la precisión.</p>

## Gráficas U' y P' de Laney

Las gráficas P y las gráficas U tradicionales parten del supuesto de que la variación de los datos sigue la distribución binomial en el caso de los datos sobre elementos defectuosos o una distribución de Poisson en el caso de los datos sobre defectos. Las gráficas también presuponen que la tasa de elementos defectuosos o de defectos permanece constante en el tiempo. Minitab realiza una verificación para determinar si la variación en los datos es mayor o menor de lo esperado, una indicación de que los datos podrían presentar dispersión excesiva o dispersión insuficiente. Consulte la verificación de la Variación esperada en los datos, arriba.

Si hay dispersión excesiva o dispersión insuficiente en los datos, las gráficas P y U tradicionales podrían no funcionar como se espera. La dispersión excesiva puede hacer que los límites del control sean demasiado estrechos, lo que produce una alta tasa de falsas alarmas. La dispersión insuficiente puede hacer que los límites del control sean demasiado amplios, lo que puede ocasionar que se pase por alto la variación por causa especial y se confunda con variación por causa común.

### Objetivo

Nuestro objetivo era identificar una alternativa a las gráficas P y U tradicionales cuando se detecta dispersión excesiva o dispersión insuficiente en los datos.

### Método

Revisamos la bibliografía y determinamos que el mejor enfoque para tratar la dispersión excesiva y la dispersión insuficiente son las gráficas P' y U' de Laney (Laney, 2002). El método de Laney utiliza una definición revisada de la variación por causa común, que corrige los límites del control que son demasiado estrechos (dispersión excesiva) o demasiado amplios (dispersión insuficiente).

En las gráficas de Laney, la variación por causa común incluye la habitual variación a corto plazo dentro del subgrupo, pero también incluye la variación promedio a corto plazo entre subgrupos consecutivos. La variación por causa común para las gráficas de Laney se calcula normalizando los datos y usando el rango móvil promedio de los subgrupos adyacentes (denominado Sigma Z en las gráficas de Laney) para ajustar los límites de control de la gráfica P o U estándar. Incluir la variación entre subgrupos consecutivos ayuda a corregir el efecto cuando la variación de los datos en los diferentes subgrupos es mayor o menor de lo esperado debido a fluctuaciones en la tasa subyacente de defectos o a una falta de aleatoriedad en los datos.

Después de que se calcula Sigma Z, los datos se transforman de nuevo a las unidades originales. El uso de las unidades originales de los datos es beneficioso porque si los subgrupos no son del mismo tamaño, los límites de control podrán variar tal como lo hacen en las gráficas P y U tradicionales. Para obtener más información sobre las gráficas P' y U' de Laney, consulte el Apéndice E.

## Resultados

Minitab verifica si existe dispersión excesiva o dispersión insuficiente y si se detecta cualquiera de estas condiciones, Minitab recomienda usar una gráfica P' o U' de Laney.

# Referencias

- AIAG (1995). *Statistical Process Control (SPC) reference manual*. Automotive Industry Action Group.
- Bischak, D.P. y Trietsch, D. (2007). The rate of false signals in  $\bar{X}$  control charts with estimated limits. *Journal of Quality Technology*, 39, 55–65.
- Bothe, D.R. (1997). *Measuring process capability: Techniques and calculations for quality and manufacturing engineers*. New York: McGraw-Hill.
- Bowerman, B.L. y O'Connell, R.T. (1979). *Forecasting and time series: An applied approach*. Belmont, CA: Duxbury Press.
- Chan, L. K., Hapuarachchi K. P. y Macpherson, B.D. (1988). Robustness of  $\bar{X}$  and  $R$  charts. *IEEE Transactions on Reliability*, 37, 117–123.
- Davis, R.B. y Woodall, W.H. (1988). Performance of the control chart trend rule under linear shift. *Journal of Quality Technology*, 20, 260–262.
- Laney, D. (2002). Improved Control Charts for Attributes. *Quality Engineering*, 14(4), 531-537.
- Montgomery, D.C. (2001). *Introduction to statistical quality control*, 4<sup>th</sup> edition. New York: John Wiley & Sons, Inc.
- Schilling, E.G. y Nelson, P.R. (1976). The effect of non-normality on the control limits of  $\bar{X}$  charts. *Journal of Quality Technology*, 8, 183–188.
- Trietsch, D. (1999). *Statistical quality control: A loss minimization approach*. Singapore: World Scientific Publishing Co.
- Wheeler, D.J. (2004). *Advanced topics in statistical process control. The power of Shewhart's charts*, 2<sup>nd</sup> edition. Knoxville, TN: SPC Press.
- Yourstone, S.A. y Zimmer, W.J. (1992). Non-normality and the design of control charts for averages. *Decision Sciences*, 23, 1099–1113.

# Apéndice A: Supuestos adicionales para las gráficas de control de atributos

La gráfica P y la gráfica U requieren supuestos adicionales que no son evaluados por las verificaciones de datos:

Gráfica P	Gráfica U
<ul style="list-style-type: none"><li>• Los datos se compone de <math>n</math> elementos distintos, con cada elemento clasificado como defectuoso o no defectuoso.</li><li>• La probabilidad de que un elemento esté defectuoso es igual para cada elemento dentro de un subgrupo.</li><li>• La probabilidad de que un elemento esté defectuoso no se ve afectada por el hecho de que el elemento inmediatamente anterior esté defectuoso o no.</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Los conteos son recuentos de eventos discretos.</li><li>• Los eventos discretos ocurren dentro de cierta región finita bien definida de espacio, tiempo o producto.</li><li>• Los eventos ocurren de manera independiente entre sí y la probabilidad de un evento es proporcional al tamaño del área de oportunidad.</li></ul>

Para cada gráfica, los dos primeros supuestos son parte inherente del proceso de recolección de datos; los datos por sí mismos no pueden usarse para verificar si se cumplen estos supuestos. El tercer supuesto solo puede verificarse con un análisis detallado y avanzado de los datos, que no es realizado por el Asistente.

# Apéndice B: Estabilidad - Pruebas para detectar causas especiales

## Simulación B1: Cómo afecta a la sensibilidad la adición de la prueba 2 a la prueba 1

La prueba 1 detecta puntos fuera de control señalando cuando un punto está a más de 3 desviaciones estándar de la línea central. La prueba 2 detecta cambios en la proporción de elementos defectuosos o del número de defectos por unidad señalando cuando 9 puntos consecutivos se ubican en el mismo lado de la línea central.

Para evaluar si el uso de la prueba 2 junto con la prueba 1 mejora la sensibilidad de las gráficas de atributos, establecimos los límites de control con base en una distribución normal ( $p, \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$ ) ( $p$  es la proporción de elementos defectuosos y  $n$  es el tamaño del subgrupo) para la gráfica P y en una distribución normal ( $u, \sqrt{u}$ ) ( $u$  es el número medio de defectos por unidad) para la gráfica U. Cambiamos la ubicación ( $p$  o  $u$ ) de cada distribución por un múltiplo de la desviación estándar (DE) y luego registramos el número de subgrupos necesarios para detectar una señal para cada una de las 10,000 iteraciones. Los resultados se muestran en la tabla 1.

Tabla 1 Número promedio de subgrupos hasta una falla de la prueba 1 (prueba 1), una falla de la prueba 2 (prueba 2) o una falla de la prueba 1 o la prueba 2 (prueba 1 ó 2). El cambio es igual a un múltiplo de la desviación estándar (DE).

Cambio	Prueba 1	Prueba 2	Prueba 1 ó 2
0.5 DE	154	84	57
1 DE	44	24	17
1.5 DE	15	13	9
2 DE	6	10	5

Como se muestra en la tabla, cuando se usan ambas pruebas (columna Prueba 1 ó 2), se necesita un promedio de 57 subgrupos para detectar un cambio de 0.5 desviaciones estándar en la ubicación, en comparación con el promedio de 154 subgrupos necesarios para detectar un cambio de 0.5 desviaciones estándar cuando se usa la prueba 1 solamente. Por lo tanto, cuando se usan ambas pruebas, aumenta significativamente la sensibilidad para detectar pequeños cambios en la proporción de elementos defectuosos o el número medio de defectos por unidad. Sin embargo, a medida que aumenta el tamaño del cambio, la adición de la prueba 2 no aumenta la sensibilidad de una manera tan significativa.

# Apéndice C: Estabilidad - Tamaño del subgrupo

El teorema del límite central establece que la distribución normal puede aproximarse a la distribución del promedio de una variable aleatoria independiente distribuida de manera idéntica. Para la gráfica P,  $\hat{p}$  (proporción de subgrupos) es el promedio de una variable aleatoria de Bernoulli independiente y distribuida de manera idéntica. Para la gráfica U,  $\hat{u}$  (tasa de subgrupos) es el promedio de una variable aleatoria de Poisson independiente y distribuida de manera idéntica. Por lo tanto, la distribución normal puede utilizarse como una aproximación en ambos casos.

La exactitud de la aproximación mejora a medida que aumenta el tamaño del subgrupo. La aproximación también mejora con una mayor proporción de elementos defectuosos (gráfica P) o un mayor número de defectos por unidad (gráfica U). Cuando el tamaño del subgrupo es pequeño o los valores de  $p$  (gráfica P) o de  $u$  (gráfica U) son pequeños, las distribuciones de  $\hat{p}$  y  $\hat{u}$  son asimétricas hacia la derecha, con lo cual aumenta la tasa de falsas alarmas. Por lo tanto, podemos evaluar la exactitud de la aproximación a la normal observando la tasa de falsas alarmas, y también podemos determinar el tamaño mínimo del subgrupo necesario para obtener una aproximación adecuada a la normal.

Para ello, realizamos simulaciones para evaluar las tasas de falsas alarmas con diferentes tamaños de subgrupo para la gráfica P y la gráfica U y comparamos los resultados con la tasa esperada de falsas alarmas bajo el supuesto de normalidad (0.27% para la prueba 1 y 0.39% para la prueba 2).

## Simulación C1: Relación entre el tamaño del subgrupo, la proporción y la tasa de falsas alarmas de la gráfica P

Usando un conjunto inicial de 10,000 subgrupos, establecimos los límites de control para diferentes tamaños de subgrupo ( $n$ ) y proporciones ( $p$ ). También registramos el porcentaje de falsas alarmas para 2,500 subgrupos adicionales. Luego realizamos 10,000 iteraciones y calculamos el porcentaje promedio de falsas alarmas de la prueba 1 y la prueba 2, como se muestra en la tabla 2.

**Tabla 2** % de falsas alarmas debido a la prueba 1 y la prueba 2 (np) para diferentes tamaños de subgrupo (n) y proporciones (p)

Tamaño del subgrupo (n)	p				
	0.001	0.005	0.01	0.05	0.1
<b>10</b>	0.99, 87.37 (0.01)	4.89, 62.97 (0.05)	0.43, 40.14 (0.1)	1.15, 1.01 (0.5)	1.28, 0.42 (1)
<b>50</b>	4.88, 63.00 (0.05)	2.61, 10.41 (0.25)	1.38, 1.10 (0.5)	0.32, 0.49 (2.5)	0.32, 0.36 (5)
<b>100</b>	0.47, 40.33 (0.10)	1.41, 1.12 (0.5)	1.84, 0.49 (1)	0.43, 0.36 (5)	0.20, 0.36 (10)
<b>150</b>	1.01, 25.72 (0.15)	0.71, 0.43 (0.75)	0.42, 0.58 (1.5)	0.36, 0.42 (7.5)	0.20, 0.36 (15)
<b>200</b>	1.74, 16.43 (0.2)	1.86, 0.50 (1.00)	0.43, 0.41 (2)	0.27, 0.36 (10)	0.34, 0.36 (20)
<b>500</b>	1.43, 1.12 (0.5)	0.42, 0.50 (2.5)	0.52, 0.37 (5)	0.32, 0.37 (25)	0.23, 0.36 (50)

Los resultados de la tabla 2 muestran que el porcentaje de falsas alarmas por lo general alcanza su nivel más alto cuando la proporción (p) es pequeña, como 0.001 ó 0.005, o cuando el tamaño de la muestra es pequeño (n = 10). Por lo tanto, el porcentaje de falsas alarmas alcanza su mayor nivel cuando el valor del producto np es pequeño y su menor nivel cuando np es grande. Cuando np es mayor que o igual a 0.5, la tasa combinada de falsas alarmas para la prueba 1 y la prueba 2 está por debajo de aproximadamente 2.5%. Sin embargo, para valores de np menores que 0.5, la tasa combinada de falsas alarmas para las pruebas 1 y 2 es mucho mayor, llegando a niveles muy por encima de 10%. Por lo tanto, con base en este criterio, el rendimiento de la gráfica P es adecuado cuando el valor de  $np \geq 0.5$ . Entonces, el tamaño del subgrupo debería ser por lo menos  $\frac{0.5}{\bar{p}}$ .

## Simulación C2: Relación entre el tamaño del subgrupo, el número de defectos por unidad y la tasa de falsas alarmas de la gráfica U

Usando un conjunto inicial de 10,000 subgrupos, establecimos los límites de control para diferentes tamaños de subgrupo (n) y números de defectos por subgrupo (p). También registramos el porcentaje de falsas alarmas para 2,500 subgrupos adicionales. Luego realizamos 10,000 iteraciones y calculamos el porcentaje promedio de falsas alarmas de la prueba 1 y la prueba 2, como se muestra en la tabla 3.

**Tabla 3** % de falsas alarmas debido a la prueba 1 y la prueba 2 para diferentes números de defectos por subgrupo ( $c = nu$ )

<b>c</b>	<b>0.1</b>	<b>0.3</b>	<b>0.5</b>	<b>0.7</b>	<b>1.0</b>	<b>3.0</b>	<b>5.0</b>	<b>10.0</b>	<b>30.0</b>	<b>50</b>
% de falsas alarmas	0.47, 40.40	3.70, 6.67	1.44, 1.13	0.57, 0.39	0.36, 0.51	0.38, 0.40	0.54, 0.38	0.35, 0.37	0.29, 0.37	0.25, 0.37

Los resultados de la tabla 3 muestran que el porcentaje de falsas alarmas alcanza su mayor nivel cuando el producto del tamaño del subgrupo ( $n$ ) por el número de defectos por unidad ( $u$ ), que equivale al número de defectos por subgrupo ( $c$ ), es pequeño. Cuando  $c$  es mayor que o igual a 0.5, la tasa combinada de falsas alarmas para la prueba 1 y la prueba 2 está por debajo de aproximadamente 2.5%. Sin embargo, para valores de  $c$  menores que 0.5, la tasa combinada de falsas alarmas para las pruebas 1 y 2 es mucho mayor, llegando a niveles muy por encima de 10%. Por lo tanto, con base en este criterio, el rendimiento de la gráfica U es adecuado cuando el valor de  $c = nu \geq 0.5$ . Entonces, el tamaño del subgrupo debería ser por lo menos  $\frac{0.5}{u}$ .

# Apéndice D: Dispersión excesiva/Dispersión insuficiente

Supongamos que  $d_i$  es el conteo de defectuosos del subgrupo  $i$  y que  $n_i$  es el tamaño del subgrupo.

En primer lugar, normalice los conteos de defectuosos. Para representar los tamaños posiblemente diferentes de los subgrupos, use conteos ajustados de defectuosos ( $d_{i\text{ajust}}$ ):

$d_{i\text{ajust}}$  = conteo ajustado de defectuosos para el subgrupo  $i = \frac{d_i}{n_i}(\bar{n})$ , donde

$\bar{n}$  = tamaño promedio de los subgrupos

$$X_i = \sin^{-1} \sqrt{\frac{d_{i\text{ajust}} + 3/8}{\bar{n} + 0.75}}$$

Los conteos normalizados ( $X_i$ ) tendrán una desv.est. igual a  $\frac{1}{\sqrt{4 * \bar{n}}}$ . Esto significa que 2 desviaciones estándar es igual a  $\frac{1}{\sqrt{\bar{n}}}$ .

Luego, genere una gráfica de probabilidad normal estándar usando los conteos normalizados como datos. Una línea de regresión se ajusta usando solamente el 50% central de los puntos de la gráfica. Encuentre los percentiles 25 y 75 de los datos de conteos transformados y use todos los pares  $X - Y \geq$  percentil 25 y  $\leq$  percentil 75. Esta línea se utiliza para obtener los valores pronosticados de los conteos transformados correspondientes a los valores de  $Z$  de  $-1$  y  $+1$ . Los datos de "Y" en esta regresión son las puntuaciones normales de los conteos transformados y los datos de "X" son los conteos transformados.

Calcule la variación observada de la siguiente manera:

Supongamos que  $Y(-1)$  es el conteo transformado pronosticado para  $Z = -1$

Supongamos que  $Y(+1)$  es el conteo transformado pronosticado para  $Z = +1$

Estimación observada de 2 desviaciones estándar =  $Y(+1) - Y(-1)$ .

Calcule la variación esperada de la siguiente manera:

Estimación esperada de 2 desviaciones estándar =  $\frac{1}{\sqrt{\bar{n}}}$

Calcule la relación de variación observada a variación esperada y conviértala en un porcentaje. Si el porcentaje es  $> 130\%$ , más del 2% de los puntos está fuera de los límites de control y el número de puntos fuera de los límites de control  $> 1$ , existe evidencia de dispersión excesiva. Si el porcentaje es  $< 75\%$ , hay evidencia de dispersión insuficiente.

# Apéndice E: Gráficas P' y U' de Laney

La idea detrás de las gráficas P' y U' de Laney es corregir aquellos casos en los que la variación observada entre los subgrupos no coincida con la variación esperada si los datos de los subgrupos provinieran de un proceso aleatorio con una tasa constante de defectos o elementos defectuosos. Normalmente en todo proceso ocurren pequeños cambios en la tasa subyacente de defectos o de elementos defectuosos. Cuando los tamaños de subgrupo son relativamente pequeños, la variación del muestreo en los subgrupos es lo suficientemente grande como para que estos pequeños cambios no se noten. A medida que aumentan los tamaños de los subgrupos, la variación del muestreo disminuye y los pequeños cambios en la tasa subyacente de defectos o de elementos defectuosos llegan a ser lo suficientemente grandes como para afectar negativamente a las gráficas P y U estándar con un aumento en la tasa de falsas alarmas. Algunos ejemplos han mostrado tasas de falsas alarmas de hasta 70%. Esta condición se conoce como dispersión excesiva.

Para resolver este problema, se desarrolló un método alternativo que normaliza los valores de p o de u del subgrupo y presenta los datos normalizados en una gráfica I. La gráfica I utiliza un rango móvil de los valores normalizados para determinar sus límites de control. Por lo tanto, el método de la gráfica I cambia la definición de variación por causa común al agregar la variación en la tasa de elementos defectuosos o de defectos de un subgrupo con respecto al siguiente.

El método de Laney transforma los datos de nuevo a las unidades originales. La ventaja de esto es que si todos los subgrupos no son del mismo tamaño, los límites de control no serán fijos, como sucede con el método de la gráfica I.

Las gráficas P' y U' combinan la nueva definición de variación por causa común con los límites de control variables que se esperarían al tener subgrupos de diferentes tamaños. Por lo tanto, el supuesto clave para estas gráficas es que la definición de variación por causa común se modificó para incluir la variación habitual a corto plazo que está presente dentro de los subgrupos más la variación promedio a corto plazo que se esperaría observar entre los subgrupos consecutivos.

## Gráfica P' de Laney

Supongamos que

$X_i$  = número de defectuosos en el subgrupo i

$n_i$  = tamaño del subgrupo para el subgrupo i

$p_i$  = proporción de defectuosos para el subgrupo i

$$\bar{p} = \frac{\sum X_i}{\sum n_i}$$

$$\sigma p_i = \sqrt{\frac{\bar{p} * (1 - \bar{p})}{n_i}}$$

En primer lugar, convierta la  $p_i$  en puntuaciones z:

$$Z_i = \frac{p_i - \bar{p}}{\sigma p_i}$$

Luego, se utiliza un rango móvil de longitud 2 para evaluar la variación en las puntuaciones z y se calcula Sigma Z ( $\sigma_z$ ).

$$\sigma_z = \frac{\overline{MR}}{1.128}$$

donde 1.128 es una constante de eliminación de sesgo.

Transforme los datos de nuevo a la escala original:

$$p_i = \bar{p} + \sigma p_i * \sigma_z$$

Así, la desviación estándar de  $p_i$  es:

$$sd(p_i) = \sigma p_i * \sigma_z$$

Los límites de control y la línea central se calculan como:

$$\text{Línea central} = \bar{p}$$

$$\text{LCS} = \bar{p} + 3 * sd(p_i)$$

$$\text{LCI} = \bar{p} - 3 * sd(p_i)$$

## Gráfica U' de Laney

Supongamos que

$X_i$  = número de defectuosos en el subgrupo i

$n_i$  = tamaño del subgrupo para el subgrupo i

$u_i$  = proporción de defectuosos para el subgrupo i

$$\bar{u} = \frac{\sum X_i}{\sum n_i}$$

$$\sigma u_i = \sqrt{\frac{\bar{u} * (1 - \bar{u})}{n_i}}$$

En primer lugar, convierta la  $p_i$  en puntuaciones z:

$$Z_i = \frac{u_i - \bar{u}}{\sigma u_i}$$

Luego, se utiliza un rango móvil de longitud 2 para evaluar la variación en las puntuaciones  $z$  y se calcula Sigma Z ( $\sigma_z$ ).

$$\sigma_z = \frac{\overline{MR}}{1.128}$$

donde 1.128 es una constante de eliminación de sesgo.

Transforme los datos de nuevo a la escala original:

$$u_i = \bar{u} + \sigma_u * \sigma_z$$

Así, la desviación estándar de  $p_i$  es:

$$sd(u_i) = \sigma_{u_i} * \sigma_z$$

Los límites de control y la línea central se calculan como:

$$\text{Línea central} = \bar{u}$$

$$\text{LCS} = \bar{u} + 3 * sd(u_i)$$

$$\text{LCI} = \bar{u} - 3 * sd(u_i)$$

© 2020 Minitab, LLC. All rights reserved. Minitab®, Minitab Workspace™, Companion by Minitab®, Salford Predictive Modeler®, SPM®, and the Minitab® logo are all registered trademarks of Minitab, LLC, in the United States and other countries. Additional trademarks of Minitab, LLC can be found at [www.minitab.com](http://www.minitab.com). All other marks referenced remain the property of their respective owners.